

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $p(z)$ للمتغير z : $p(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$
1/ أ. بين أن $p(z)$ لا يقبل حلا تخيليا صرفا.

ب. عين الأعداد الحقيقية $a; b$ حيث: $p(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$

ج. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $p(z) = 0$

2/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، الوحدة $\|\vec{i}\| = 2cm$. نعتبر النقط C, B, A التي

لواحقها على الترتيب: $z_C = 1 + i, z_B = 1 - i, z_A = 2$

أ. أكتب z_C, z_B على الشكل الأسّي.

ب. أكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث ABC . (مثل ذلك بيانيا).

ج. أحسب العدد المركب L المعروف بـ: $L = \left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1434} - \sqrt{2} \left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2013}$

3/ ليكن R دوران مركزه النقطة A ويحول النقطة B إلى C .

أ. أكتب العبارة المركبة للدوران R ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

ب. (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ، الدائرة (ϕ') صورتها بالدوران R .

* أنشئ بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ') .

4/ لتكن M نقطة من الدائرة (ϕ) لاحقتها z تختلف عن النقطة C والنقطة M' لاحقتها z' حيث: $R(M) = M'$

أ. بين أن معادلة الدائرة (ϕ) تكتب على الشكل: $z = 1 + e^{i\theta}$ من أجل $\theta \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

ب. عبر عن z' بدلالة θ .

ج. أثبت أن $\frac{z' - z_C}{z - z_C} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$ ، فسر النتيجة هندسيا.

التمرين الثاني:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1, 2, -1)$ ، $B(-3, -2, 3)$ ، $C(0, -2, -3)$ و الشعاع $n(2, -1, 1)$

1/ أ. بين أن النقط A, B, C تعين مستوي.

ب. تحقق أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2/ ليكن المستوي (P) ذو المعادلة: $x+y-z+2=0$.

• بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

3/ لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,2)\}$.

أ. بين أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P) .

ب. أوجد إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (CG) .

4/ أ. عين (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 12$

ب. عين الطبيعة و العناصر المميزة لتقاطع المستوي (P) و المجموعة (Γ) .

التمرين الثالث:

I. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كمايلي:

$$g(x) = 1 + \frac{a+b \ln(x+1)}{(x+1)} \quad \text{حيث } a; b \text{ عدنان حقيقيان.}$$

• عين العدنان الحقيقيان $a; b$ بحيث المنحنى (C_g) يقبل في النقطة $A(0,2)$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = 1 + \frac{1 + \ln(x+1)}{(x+1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا.

ب. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. أنشئ المنحنى (C_f) .

2/ h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب: $h(x) = f(x^2 - 1)$

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. أعط تغيرات الدالة h على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}^*$ (يمكن استعمال تركيب الدوال)

3/ P الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $p(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

و ليكن (C_P) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ. بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_P) .

ب. أنشئ (C_P) في نفس المعلم السابق.