

إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول ☹ (06 نقاط)

ليكن m عدد حقيقي ولتكن الدالة العددية h المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{2-x}}{x-1}; & x < 1 \\ \frac{3}{2} & x = 1 \\ \frac{x^2 + m}{x+1}; & x > 1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس

$(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$.

(4) عين قيمة العدد الحقيقي m حتى تكون الدالة h مستمرة عند القيمة 1 .

التمرين الثاني ☺ (14 نقطة)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^x - 2$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $1.59 < \alpha < 1.60$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجموعة $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1} \quad \text{إذا كان } x \neq 0 \quad \text{و} \quad f(0) = 0$$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) برهن أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$. هل الدالة f مستمرة عند القيمة $x_0 = 0$ ؟

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0 = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x) = \frac{x \times g(x)}{(e^x - 1)^2}$ ،
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(5) أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

ب) ليكن (Γ) المنحني الممثل للدالة العددية K المعرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ : $K(x) = -x^2$

• أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - K(x))$ ثم استنتج أن المنحني (Γ) منحنى مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$

• أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Γ) على المجال $]-\infty; 0]$.

ج) أرسم (Γ) و (C_f) .

(6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E): x^2 - me^x + m = 0$$

😊 مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا جوان 2014 🌸 أستاذ المايّة