الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

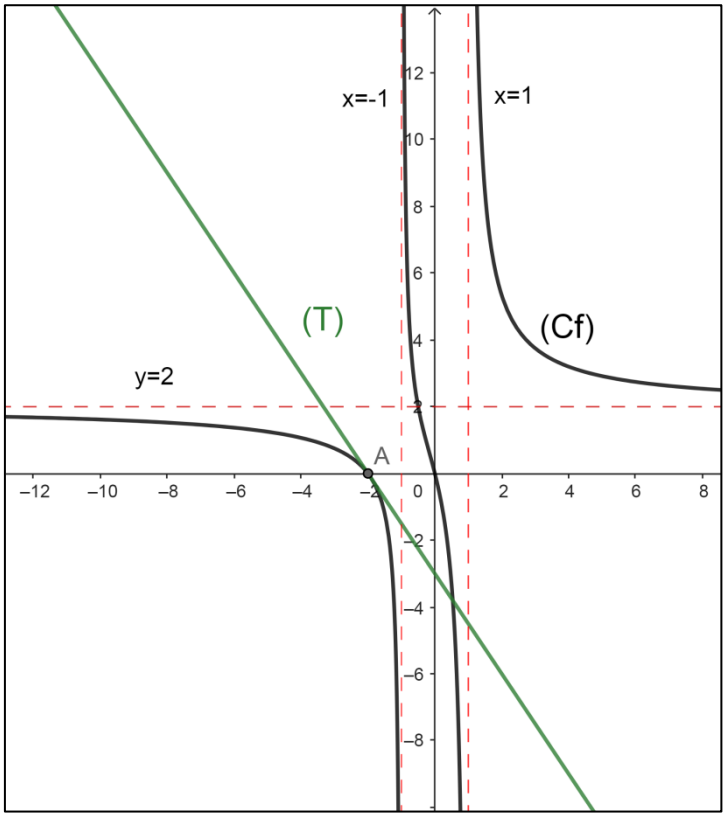
ثانوية بلخير جلول -اولاد محمد- المستوى: الثالثة تقني/علمي

التاريخ: 2024/11/03 المدة ساعتان

فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (10نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، a و b أعداد حقيقية ، (Cf) هو المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=2+\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-1}$ ، (T) هو مماس (Cf) عند النقطة $A(-2;0)$.



I) بقراءة بيانية :

1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) عين $f(0)$ ، $f(-2)$ و $f'(-2)$.

3) عين إشارة كلاً من $f(x)$ و $f'(x)$.

4) عين معادلة للمستقيم (T).

5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

6) مما سبق بين أن : $f(x)=2x\left(\frac{x+2}{x^2-1}\right)$.

7) ناقش حسب قيم m إشارة و حلول المعادلة $f(x)=-m$

II)

1) عين f' مشتقة الدالة f .

2) أدرس تغيرات الدالة f .

III) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $g(x)=f\left(-|x|\right)$ ، (Cg) تمثيلها البياني.

1) بين أن g زوجية.

2) اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

2) اشرح كيف يمكن رسم (Cg) انطلاقاً من (Cf) ثم ارسمه.

التمرين الثاني: (10نقط)

I) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x+1+e^{-x}$.

1) احسب نهايتي الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) احسب g' مشتقة الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $1.27<\alpha<1.28$ ثم استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(2-x)(e^x-1)$ ، و ليكن (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2)أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مستقيم مقارب لـ (Cf) في جوار $-\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Cf) و (Δ) .

3)أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^x g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) شكل جدول تغيراتها.

4) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسياً.

5) أ) أثبت أن (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتهما.

ب) أعط إشارة f على $\mathbb{R}$.

جـ) أنشئ بدقة كلاً من (Cf) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 1.9$)

6) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m-1$.

III) لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=[f(x)]^2$ (لا يطلب حساب عبارة h)

1) أحسب h' مشتقة الدالة h على $\mathbb{R}$.

2) استنتج جدول تغيراتها .

تصحيح فرض الفصل الأول للثالثة تقني رياضي

التمرين الأول : 10 نقاط

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ 1.5=6×0.25ن

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x<1}} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x>-1}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x<-1}} f(x)=-\infty$

2) لدينا $f(0)=0$ 0.25ن و $f(-2)=0$

0.25ن و $f'(-2)=\frac{-3-0}{0+2}=\frac{-3}{2}$ 0.5ن

3) إشارة كلاً من $f'(x)$ 0.5ن و $f(x)$ 0.5ن

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

x	$-\infty$		-1		1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$

4) معادلة (T): 1ن

$y=f'(-2)(x+2)+f(-2)$ و منه :

$y=\frac{-3}{2}x-3$.

5) جدول تغيرات f 0.5ن

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$+\infty$ ‖ 2	$\searrow$	

6) 1.5ن لدينا : $f(x)=2+\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-1}$

و $f(0)=0$ معناه $a-b=-2..(1)$ و

$f(-2)=0$ معناه $-a-\frac{b}{3}=-2..(2)$ بجمع

(2) و (1) طرفاً بطرف ثم التعويض نجد $a=1$

و $b=3$ أي $f(x)=2+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x-1}$

بتوحيد المقام نجد : $f(x)=\frac{2x^2+4x}{x^2-1}$

7) 0.5ن المناقشة

لما $-m<0$ أي $m>0$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

لما $0<-m<2$ أي $-2<m<0$ المعادلة تقبل حلين سالبين. لما $m=-2$ حل وحيد سالب

لما $m=0$ المعادلة تقبل حلين حل معدوم و حل سالب.

لما $-m>2$ أي $m<-2$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة

II) 0.5+0.5ن لدينا :

$f'(x)=\frac{-4(x^2+x+1)}{\left(x^2-1\right)^2}<0$ و منه f

متناقصة تماماً على $]-\infty;-1[$ و $]-1;1[$ و المجال $]1;+\infty[$.

III) تبيان أن g زوجية 0.5ن

1) $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ متناظر بالنسبة لـ0.

2) $g(-x)=f(-|-x|)=f(-|x|)=g(x)$

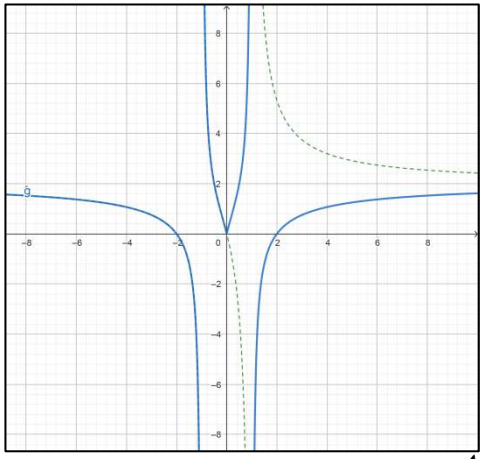
و منه g زوجية ،لدينا

$g(x)=\begin{cases} f(-x);x\in\,]0;1[\cup]1;+\infty[\\ f(x);x\in\,]-\infty;-1[\cup]-1;0[\end{cases}$

0.5ن

لدينا : 0.5ن +0.5ن

لما $(Cf),(Cg)$ $x\in\,]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ متطابقان و بما أن g زوجية نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب .



التمرين الثاني : 10 نقاط

1) 2×0.25ن لدينا $g(x)=-x+1+e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\cancel{-x}^{-\infty}+1+\cancel{e^{-x}}^{0})=-\infty$ و

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\cancel{-x}^{+\infty}+1+\cancel{e^{-x}}^{+\infty})=+\infty$

2) 2×0.25ن g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :

$g'(x)=-1-e^{-x}=-(1+e^{-x})<0$ و منه g متناقصة تماماً على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

3) g مستمرة و رتيبة (متناقصة تماماً) على $\mathbb{R}$ و منه على المجال $]1.27;1.28[$ و $g(1.27)=0.01$ و $g(1.28)=-1.96\times10^{-3}$ أي $g(1.27)\times g(1.28)<0$

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]1.27;1.28[$

0.5ن

إشارة g على $\mathbb{R}$ 0.5ن

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

II) لدينا $f(x)=(e^x-1)(2-x)$

1) 0.5ن×2

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\cancel{e^x-1}^{+\infty})(\cancel{2-x}^{-\infty})=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\cancel{e^x-1}^{-1})(\cancel{2-x}^{+\infty})=-\infty$

2)أ) لدينا: 0.5ن

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[2\cancel{e^{x}}^{0}-\cancel{xe^{x}}^{0}\right]=0$

و منه $y=x-2$ مستقيم مقارب لـ(Cf) في جوار $-\infty$

ب) 0.5ن لدراسة الوضع النسبي لـ(Cf) و (Δ) ندرس إشارة الفرق $e^x(2-x)$ ، $e^x>0$ و منه إشارة الفرق من إشارة $2-x$

أي على المجال $]-\infty;2[$ ، (Cf) يقع فوق (Δ).

على المجال $]2;+\infty[$ ، (Cf) يقع تحت (Δ).

و لما $x=2$ (Cf) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(2;0)$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	0	$-$	

3)أ) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x)=e^x(2-x)-(e^x-1)=e^x-xe^x+1$

أي : $f'(x)=e^x(1-x+e^{-x})=e^x g(x)$ .0.5ن

استنتاج اتجاه تغير الدالة f 0.75ن

$e^x>0$ و منه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ أي:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

على المجال $]-\infty;\alpha[$ $f'(x)>0$ و منه f متزايدة تماماً على هذا المجال و على المجال $]\alpha;+\infty[$ $f'(x)<0$ و منه f متناقصة تماماً على هذا المجال

ب) 0.25ن جدول تغيرات

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

4) 0.5ن لدينا:

$\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=e^\alpha g(\alpha)=0$

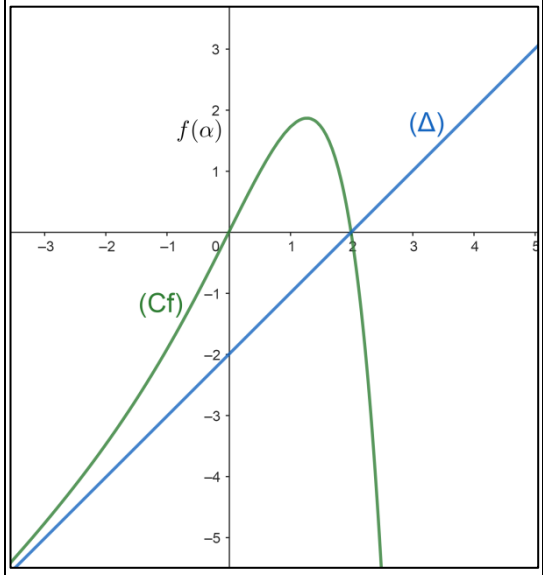
التفسير الهندسي:0.5ن (Cf) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة α موازي لمحور الفواصل (أن معامل توجيهه معدوم).

5)أ) نحل المعادلة $f(x)=0$ يكافئ: $2-x=0$ أو $e^x-1=0$ أي : $x=2$ أو $x=0$ ، إذا (Cf) يقطع محور الفواصل في النقطتين $(2;0)$ و $(0;0)$. 0.5ن

ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$: 0.5ن

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

ج) 0.5ن+0.25ن



6) 0.5ن حلول المعادلة $f(x)=m-1$ هي فواصل نقط تقاطع (Cf) مع المستقيمات $y=m-1$.

لما $m-1<0$ أي : $m<1$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

لما $m-1=0$ أي : $m=1$ المعادلة تقبل حلين حل معدوم و حل موجب.

لما $0<m-1<f(\alpha)$ أي $1<m<f(\alpha)+1$ المعادلة تقبل حلين موجبين.

لما $m-1=f(\alpha)$ أي $m=f(\alpha)+1$ المعادلة تقبل حل وحيد موجب.

لما $m-1>f(\alpha)$ أي $m>f(\alpha)+1$ المعادلة لا تقبل حلول .

III) لدينا $h(x)=[f(x)]^2$

h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $h'(x)=2f'(x)f(x)$ 0.5ن +0.75ن

x	$-\infty$	0		α		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	0	α	2	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	0	$h(f(\alpha))$	0	$+\infty$

مجلة المفيد في الدوال الاسية اللوغارتمية

صفحة الأستاذة بن سونة خديجة للرياضيات