

فرض الفصل 3 في مادة الرياضيات
للسنة الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

التاريخ : 2024/04/21

أستاذ المادة: مزروح يوسف

المدة : 10² ساعات

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 04 نقاط

1 نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x - 5y = 2$

(أ) أثبت انه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا ل (E) فإن $y \equiv 4[11]$

(ب) إستنتج حلول المعادلة (E)

2 n عدد طبيعي غير معدوم نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

(أ) عين القيم الممكنة $\text{pgcd}(a; b)$

(ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث $\frac{a}{b}$ كسر قابل للإختزال.

(ج) إستنتج قيم n بحيث a و b أوليان فيما بينهما.

3 من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$

(أ) بين ان العدد $n + 1$ يقسم كلا من A و B

(ب) إستنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الثاني: 04 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط $D; C; B; A$

حيث : $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_D = -1$ و C نظيرة A بالنسبة لـ D

1 حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 4) = 0$

2 أحسب كلا من $|z_A + 1|$ ، $|z_B + 1|$ ، $|z_D - z_C|$ ثم إستنتج أن النقط $C; B; A$ تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب

تعيين مركزها ونصف قطرها.

3 علم النقط $D; C; B; A$ بدقة

4 أحسب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

5 لتكن النقطة A_n ذات اللاحقة $(z_A)^{2n}$ حيث n عدد طبيعي
عين قيم n حتى تكون النقط $O; A; A_n$ على إستقامة

6 عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\left| \frac{iz - \sqrt{3} - i}{\bar{z} + 1} \right| - 1 = 0$

التمرين الثالث: 12 نقاط

f_m الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_m(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^{mx}$ حيث m عدد حقيقي كفي.

(C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 نضع $m = 1$

(أ) أحسب $f_1'(x)$ ثم $f_1''(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f_1'

(ب) أحسب $f_1'(0)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_1' وإستنتج إشارة $f_1'(x)$

(ج) أحسب نهايات الدالة f_1 عند أطراف مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(د) بين أن المنحنى (C_1) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته

(هـ) أدرس وضعية (C_1) بالنسبة لـ (Δ)

(و) بين أن (C_1) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $0.92 < \alpha < 0.93$ و $-1.56 < \beta < -1.55$

(ز) جد معادلة المماس (T) لـ (C_1) في النقطة ذات الفاصلة المدومة.

(ح) أرسم (T) ، (Δ) و (C_1)

(ط) نسمي $S(\alpha)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بـ (C_1) والمستقيمتين $y = 2x + 3$ و $x = 0$; $x = \alpha$

بإستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $S(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 3\alpha}{\alpha + 1}$ ثم عين حصرا لـ $S(\alpha)$

(أ) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين A و B يطلب تعيينهما.

(ب) n عدد طبيعي اكبر من اويساوي 2 $(f_m^{(n)})$ تعني الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f_m

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1:

$$f_m^{(n)}(x) = -m^{n-1}e^{mx}(mx + m + n)$$

“You don’t have to be a mathematician to have a feel for numbers.”
 - John Forbes Nash, Jr. *”an American mathematician who made fundamental contributions to game theory, real algebraic geometry, differential geometry, and partial differential equations.*