



فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات
2022.02.23 (ساعة ونصف)

التمرين الأول:

- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$.
- بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$.
 - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 \leq u_n \leq 0$.
 - حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.
 - نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على (u_n) بـ: $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$.
- أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
- ج- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + \dots + u_n \times v_n$.

التمرين الثاني:

- الدالة g معرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = x^3 - 1 + 2 \ln x$.
- أدرس تغيرات الدالة g ثم أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$.
- بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$ فإن: $\ln x > \frac{1-x^3}{2}$.
- II. دالة f معرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.
- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.
- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.
- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) حيث (T) يوازي (Δ) ثم أكتب معادلة ديكارتيه له.
- أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) (وحدة الرسم 2cm).
- عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $-\frac{\ln x}{x^2} = -|m| + 1$ حلين مختلفين.
- h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$: $h(x) = -f(|x|)$.
- اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى دالة h انطلاقا من (C_f) (دون رسمه).