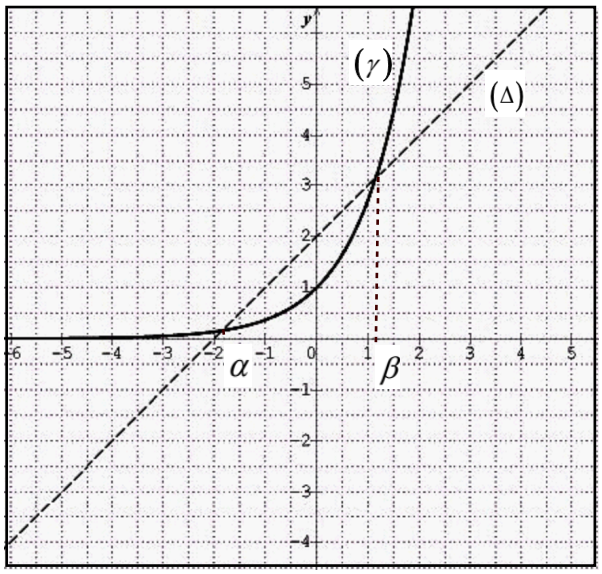
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية عبد الحميد آخروف
برج بوعريريج

السنـة الدراسيـة : 2021/2020
المـــــــادة : رياضيات
القسم : 3 هندسة كهربائية
المـــدة : ساعة ونصف

فرض الفصل الأول في مـــــادة الرياضيات

المسألـــــة : المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$



I. (γ) التمثيل الباني للدالة $x \to e^x$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+2$, α و β هما فاصلتي تقاطع (γ) و(Δ) كما هو موضح في الشكل

1. بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$
2. نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - x - 2$
   استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
3. تحقق أن : $-1,9 \prec \alpha \prec -1,8$ و $1,1 \prec \beta \prec 1,2$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{e^x(x+1)}{e^x - 1}$ حيث $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ ثم فسر هذه النتائج هندسيا

   ب) بين أنه من أجل x كل من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \dfrac{x+1}{1-e^{-x}}$, ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+1$ مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$

   ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني $\left(C_f\right)$ مع المستقيم (Δ)

3. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{\left(e^x - 1\right)^2}$,

   ثم استنتج تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}^*$

4. بين أن $f(\alpha)=\alpha+2$ ثم استنتج حصرا لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

5. عين دون حساب $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-\alpha-2}{h}$

6. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

7. أ) حدد بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x)=x+\ln|m|$ حلين مختلفين في الاشارة

ب) نعتبر العدد الحقيقي t حيث $\ln[f(\alpha)]\prec t\prec \ln[f(\beta)]$

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل :

بيانيا المعادلة $f(x)=e^t$:

1) تقبل حلين موجبين تماما 2) لا تقبل حلول حقيقية 3) تقبل حل وحيد سالب تماما

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1-|x|}{1-e^{|x|}}+2$ حيث (C_h) تمثيلها البياني

1. بين أن الدالة h زوجية
2. أكتب العبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة
3. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) اعتمادا على (C_f), ثم ارسم (C_h) في نفس المعلم و بلون مختلف

Bonus

a عدد حقيقي موجب تماما أثبت أن :

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-a^x}{x}=1-\ln a \qquad +1pt$$

بالتوفيق للجميع

أستاذ المادة

بن حسين هشام