ثا/الشهيد حمو بوتليليس وهران — سنة ثالثة تقني رياضي

السنة الدراسية: 20-2021 — المدة: 1ساو30د

الفرض الثلاثي الأول في الرياضيات

نص التمرين:

I) لتكن f_α الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي: $f_\alpha(x)=\left(2x^3-4x^2\right)e^{\alpha x}$. حيث α وسيط حقيقي

ليكن (C_α) التمثيل البياني للدالة f_α في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

- أحسب تبعا لقيم الوسيط α نهايتي الدالة f_α عند $-\infty$ و $+\infty$.
- بين أن كل المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

II) في كل مايلي نأخذ $\alpha=-1$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f_{-1} ثم شكل جدول تغيراتها.
- أ) عين معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحني (C_{-1}) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_{-1}) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

ج) انشئ بكل عناية المماس (T) و المنحني (C_{-1}).

, ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ،

$$f_{-1}(x)=f_{-1}(m)$$

, h دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـــ :

$$\begin{cases} h(x)=f_{-1}(x) & x\geq 2 \\ h(x)=(2-x)e^x & 0\leq x\prec 2 \end{cases}$$

أ) أدرس قابلية إشتقاق الدالة h في 2 . فسر النتيجة بيانيا .

بـــ) أدرس إتجاه تغير الدالة h ،ثم شكل جدول تغيراتها .

جـــ) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_{-1}) و (C_h) .

د) أنشئ (C_h) في نفس المعلم .

بالتوفيق والسداد

تصحيح الفرض الأول في الرياضيات
الثالثة ثانوي إعدادي
ثانوية محمد بوتليليس 2020-2021

$\alpha \in \mathbb{R}$ $f_\alpha(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{\alpha x}$ (I

$D_{f_\alpha} =]-\infty, +\infty[$

$+\infty$ عند، $-\infty$ عند f_α دراسة ①

$f_0(x) = 2x^3 - 4x^2$ $\alpha = 0$ (*)

$\lim_{x\to+\infty} f_0(x) = +\infty$ / $\lim_{x\to-\infty} f_0(x) = -\infty$

$\alpha < 0$ (**)

$\lim_{x\to-\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x\to-\infty} \underbrace{(2x^3 - 4x^2)}_{-\infty} \underbrace{e^{\alpha x}}_{\times +\infty}$

$= -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x\to+\infty} \underbrace{(2x^3 - 4x^2)}_{+\infty} e^{\alpha x}$

$\times 0$

$= \cdots$

$\lim_{x\to+\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x^3 e^{\alpha x} - 4x^2 e^{\alpha x}$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{2}{\alpha^3}(\alpha x)^3 e^{\alpha x} - \frac{4}{\alpha^2}(\alpha x)^2 e^{\alpha x}$

$\begin{cases} x \to +\infty \\ X \to -\infty \end{cases}$ نضع $X = \alpha x$

$= \lim_{X\to-\infty} \frac{2}{\alpha^3} \underbrace{X^3 e^X}_{0} - \frac{4}{\alpha^2} \underbrace{X^2 e^X}_{0}$

$= 0$ تزايدية قطعا ②

$\alpha > 0$ (***)

$\lim_{x\to+\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2}{\alpha^3} x^3 e^x - \frac{4}{\alpha^2} x^2 e^x$

$= 0$ نفس النتيجة السابقة

$\lim_{x\to+\infty} f_\alpha(x) = \lim_{x\to+\infty} \underbrace{(2x^3 - 4x^2)}_{+\infty} \underbrace{e^{\alpha x}}_{\times +\infty}$

$= +\infty$

② كل المنحنيات (C_α) تقطع في نقطتين ثابتتين.

نقطة $M(x,y)$ تنتمي (C_α) و (C_{f_α}) في آن واحد

إذا $f_\alpha(x) = y$

$(2x^3 - 4x^2)e^{\alpha x} = 0$

تعني $2x^3 - 4x^2 = 0$ تعني $2x^2(x-2) = 0$

إذن $x - 2 = 0$ أو $2x = 0$

$x = 2$ أو $x = 0$

$y = 0$ إذا $x = 0$

$y = 0$ إذا $x = 2$

النقطتان هما $O(0,0)$ و $A(2,0)$

$f_{-1}(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{-x}$ أي $\alpha = -1$ (II

$D_{f_{-1}} =]-\infty, +\infty[$

f_{-1} دراسة تغيرات ①

$\lim_{x\to+\infty} f_{-1}(x) = 0$ $\lim_{x\to-\infty} f_{-1}(x) = -\infty$

$\alpha < 0$ ومنه (1) من السؤال

$f'_{-1}(x) = (6x^2 - 8x)e^{-x} - e^{-x}(2x^3 - 4x^2)$

$= (-2x^3 + 10x^2 - 8x)e^{-x}$

إشارة $f'_{-1}(x)$ من إشارة

$-2x^3 + 10x^2 - 8x$

تعني $-2x^3 + 10x^2 - 8x = 0$

$-2x(x^2 - 5x + 4) = 0$

$x = 0$ تعني $-2x = 0$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$x_2 = 4$ $x_1 = 1$ $\Delta = 9$

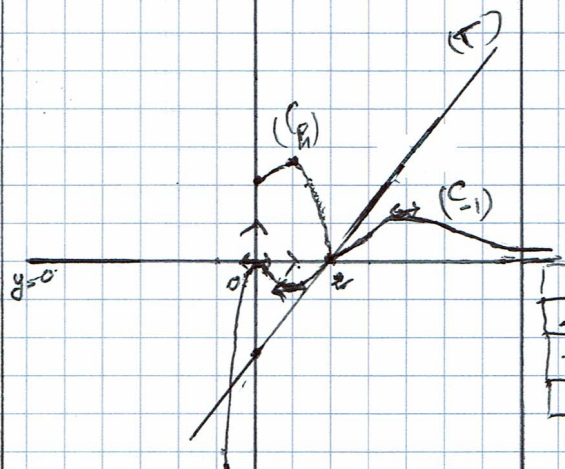
x	$-\infty$		0		1		4	$+\infty$
$-2x$		+	ϕ	−		−		−
x^2-5x+4		+		+	ϕ	−	ϕ	+
$f'_{-1}(x)$		+	ϕ	−	ϕ	+	ϕ	−

f_{-1} متناقصة تماما على $[0,1]$ و $[4,+\infty[$

f_{-1} متزايدة تماما على $]-\infty,0]$ و $[1,4]$

x	$-\infty$		0		1		4	$+\infty$
$f'_{-1}(x)$		+	ϕ	−	ϕ	+	ϕ	−
$f_{-1}(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-2e^{-1}$	↗	$64e^{-4}$	↘ 0

② النقط (C_{-1}) و (T) و (P)



④ المناقشة البيانية

$f_{-1}(x) = f_{-1}(m)$

حسب قيم الوسيط الحقيقي m

$m \in]-\infty, 0[$ لكل m حل وحيد سالب

$m = 0$ لكل معادلة معدوم

$m \in]0,1[\cup]1,2[$ لكل m حلان مختلفان

$m = 1$ لكل معادلة حلين

$m = 2$ لكل m حل وحيد موجب

$m = 64e^{-4}$ لكل معادلة حلين

$m \in]2, 64e^{-4}[\cup]64e^{-4}, +\infty[$ لكل m حلان مختلفان

5) دراسة قابلية اشتقاق h على $[0,+\infty[$:

$$\begin{cases} h(x) = f_{-1}(x) ; & x \geq 2 \\ h(x) = (2-x)e^x ; & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

(P) قابلية اشتقاق h عند 2:

لدينا $h(2) = f_{-1}(2) = 0$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h(2+h)-h(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(2-(2+h))e^{2+h} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-h\, e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} -e^{2+h} = -e^2$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h(2+h)-h(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f_{-1}(2+h)-f_{-1}(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2(2+h)^3 - 4(2+h)^2)e^{-(2+h)} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2(8+12h+6h^2+h^3) - 4(4+4h+h^2))e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(16+24h+12h^2+2h^3 - 16 - 16h - 4h^2)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2h^3+8h^2+8h)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(2h^2+8h+8)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} (2h^2+8h+8)e^{-2-h}$$

$$= 8e^{-2}$$

$-e^2 \neq 8e^{-2}$

$x_0 = 2$ عند h غير قابلة للاشتقاق

$A(2,0)$ يقبل (C_h) نقطة

نقطة زاوية،

ويقبل نصفي مماس

h جدول تغيرات h (D)

$h(0) = (2-0)e^0 = 2$

$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} f_{-1}(x) = 0$$

$x \geq 2$ لما

$h'(x) = f'_{-1}(x)$

$= (-2x^3 + 10x^2 - 8x)e^x$

ما سبق نجد

x	2	4	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	−

h متزايدة تماما على $[2,4]$

ومتناقصة تماما على $[4,+\infty[$

$0 \leq x < 2$ لما

$h'(x) = -1e^x + (2-x)e^x$

$= (1-x)e^x$

$1-x$ إشارة

x	0	1	2
$1-x$	+	0	−

h متناقصة تماما على $[1,2]$

h متزايدة تماما على $[0,2]$

x	0	1	2	4	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	−	+	0	−
$h(x)$	2	↗	↘ 0	↗ $64e^{-4}$	↘ 0	

ج) الوضعية النسبية لـ (C_h) و (C_{-1})

$x \geq 2$ لما

$h(x) = f_{-1}(x)$

(C_{-1}) منطبقة على (C_h)

لما $0 \leq x \leq 2$

$f_{-1}(x) \leq 0$ و $h(x) \geq 0$

أي (C_h) فوق (C_{-1})

4) أ)

(C_h) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$