المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية	نوفمبر 2019
الفرض الأول في الرياضيات	المدة: 2 ساعة

التمرين 01 : (8 نقط)

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي :

1) أ) $e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e$

ب) $e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

2) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : (E_1) : $x^2 - x - 5 = 1$

ب- استنتج حلول المعادلات الآتية بعد إعطاء مجموعة التعريف .

(E_2) : $(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$

(E_3) : $\ln(x^2 - x - 5) = 0$

(E_4) : $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$

التمرين 02 : (12 نقطة)

I- g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(وحدة الطول 2 cm)

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب : $y = -1$ و $y = 0$

(نقبل أنّ $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

2) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I .

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النّتائج إلى 10^{-2})

جـ) ارسم (C_f) .

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$$

5) h هي الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ثمّ استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.

بالتوفيق

رقم التمرين	الحل	العلامة	
التمرين 1	1) أ) $e^{2x} + e = e^{x} + e^{x+1}$ تعني $e^{x} + \frac{e}{e^{x}} = 1 + e$ $e^{2x} + e^{x}(e+1) + e = 0$ $\begin{cases} X^2 - (e+1)X + e = 0 \\ X = e^{x} \end{cases}$ $\Delta = (e-1)^2$ و منه $\begin{cases} X = 1 \text{ او } X = e \\ X = e^{x} \end{cases}$ إذن $S = \{0; 1\}$ ب) $e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$ تعني $e^{2x}(e^{2x} + 4e^{x} - 5) = 0$ $\begin{cases} X^2 + 4X - 5 = 0 \\ X = e^{x} \end{cases}$ و منه $\begin{cases} X = -5 \text{ او } X = 1 \\ X = e^{x} \end{cases}$ إذن $S_1 = \{0\}$	**1.5** **0.5**	**8 ن**

	1.5	2) أ) (E_1) : $S_1=\{-2;3\}$ ب) استنتج حلول المعادلات. • (E_2) تعني : $(\ln x)^2 - \ln x - 6$ أي $X^2 - X - 6 = 0$ $X = \ln x$ $\begin{cases} X = 3 \text{ او } X = -2 \\ X = \ln x \end{cases}$ $S_2=\{e^{-2}\ ;\ e^{3}\}$ • (E_3) تكافئ $x^2-x-5=1$ $S_3=\{-2;3\}$ • (E_4) $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$ تكافئ $\begin{cases} \ln x\,(x-1) = \ln 6 \\ x > 1 \end{cases}$ $S_4=\{3\}$	
التمرين 2 **12 ن**	**2**	I) 1) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها • النهايات $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -4$ • المشتق $g'(x) = (2-2x)\,e^x$ • جدول التغيرات	

x	$-\infty$		0		1	α	$+\infty$
$g'(x)$		+			0	-	
$g(x)$	-4	↗	$2e-4$	↘	0	↘	$-\infty$

0.5 2) $g(x)=0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)

0.5 3) إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		0		α	$+\infty$
$g(x)$	-		+	0	-	

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$

1 • النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$

1 و منه المنحنى يقبل مستقيمين مقاربين هما $y=0$; $y=-1$

• المشتق $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

0.5 ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

• جدول التغيرات

0.5

x	$-\infty$		0		α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	$f(\alpha)$	↘ 0

0.5

1 ج) $f(1)=0$ إشارة $f(x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	-	0		+	

0.5

3)أ) $g(\alpha)=0$

ومنه $e^{\alpha}=\frac{4}{4-2\alpha}$ و منه $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}-1$

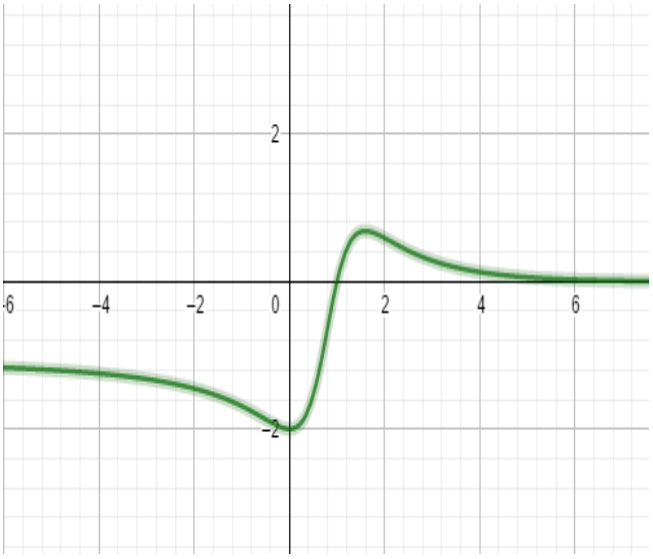
0.5

3)ب) حصر العدد $f(\alpha)$

$0.66< f(\alpha) <0.69$

ج) الرسم

1.75



1

4)المناقشة البيانية $f(x)=m+1$

- $m+1<-2$ اي $m<-3$ لا توجد حلول
- $m+1=-2$ اي $m=-3$ حل مضاعف معدوم
- $-3<m<-2$ اي $2<m+1<-1$ حل سالب
- $-2<m<-1$ اي $-1<m+1<0$ حل موجب
- $-1<m<-1+f(\alpha)$ اي $0<m+1<f(\alpha)$ حلين موجبين
- $m=-1+f(\alpha)$ اي $m+1=f(\alpha)$ حل مضاعف $x=\alpha$
- $m>f(\alpha)-1$ اي $m+1>f(\alpha)$ لا توجد حلول

5) $h'(x)=2f(x)\times f'(x)$

0.25

x	$-\infty$		0		1		α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+		+	0		-
$f(x)$	-		-		+			+
$h'(x)$	+		-		+			-
$h(x)$	1	↗	4	↘	0	↗	$f(\alpha$	↘ 0

		• $h(0)=4$ • $h(1)=0$ النهايات • $\lim_{x\to+\infty} h(x)=0$; $\lim_{x\to-\infty} h(x)=1$