

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}} \sqrt{u_n}$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > \frac{1}{e}$

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم ، $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

ب- إستنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

ج- هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟؟؟ إذا كانت متقاربة فما هي نهايتها

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $v_n = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{u_n}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، وعين حدها الأول

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج u_n بدلالة n

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \dots + \frac{1}{1+\ln u_n}$$

التمرين الثاني :

I نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln|x|$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. حيث $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(4) أحسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟؟؟

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 والآخر $-0,3 < \alpha < -0,4$

(6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) .