

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ساعتين

المستوى : 3 تقيي رياضيائي

التمرين الأول: 08 نقاط.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المعطى في الوثيقة المرفقة

$$(U_n) \text{ متتالية معرفة بجدها الأول: } U_0 = \frac{5}{4} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n: U_{n+1} = f(U_n) \quad (1)$$

أ) باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود: $U_0; U_1; U_2; U_3$

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربا

(2)

أ) باستعمال البرهان بالتراجع أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 1 < U_n < 2$

ب) أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

ت) استنتج تقاربها ثم أثبت أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $V_n = \ln(U_n - 1)$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها: $\frac{1}{2}$

ب) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n

ت) أحسب بدلالة n كلا من $\mathcal{T}_n$ و $\mathcal{S}_n$ حيث: $\mathcal{S}_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

$$\mathcal{T}_n = (U_0 - 1) \times (U_1 - 1) \times \dots \times (U_n - 1)$$

التمرين الثاني: 04 نقاط.

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بجدها العام: $U_n = 2(3)^n$ حيث n عدد طبيعي و (V_n) متتالية معرفة بجدها الأول:

$$V_0 = 4 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n: V_{n+1} = 5V_n + U_n$$

$$(1) \text{ نضع من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N}: W_n = \frac{V_n}{U_n} + \frac{1}{2}$$

• أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول

(2) أكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 5^{n+1} - 3^n$

(3) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 5^n على 8

(4) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد v_n على 8

التمرين الثالث: 08 نقاط.

I. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

(1) تحقق أن: $4 \equiv -3[7]$ ثم بين أن: $A_3 \equiv 6[7]$

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7

(3) بين أنه إذا كان n فرديا فإن $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7

• استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7

(4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7

II. نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي: $\overline{11\alpha 34}$

(1) عين قيمة α حتى يكتب n في النظام ذي الأساس 9 كما يلي $\overline{3835}$

(2) نضع: $\alpha = 6$:

• أكتب n في النظام ذي الأساس 5

• هل يوجد نظام تعداد a يكتب فيه n كما يلي: $\overline{0203}^a$ ؟