الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية مفدي زكرياء – الأزهرية — الشعبة :ثالثة تقني رياضي

فروض الفصل الثالث — السنة الدراسية : 2017 – 2018

الفرض الأول في مادة : الرياضيات — المدّة : 02 سا

التمرين الأول: (6 نقاط)

1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التّالية : $(E)\ldots$ $z^2-4z+7=0$. (نرمز بـ z_1, z_2 إلى حلي المعادلة (E) حيث $Im(z_1)>0$) .

2/ أ) أثبت أنّ : $\left(\frac{z_2-1}{2}\right)^{2014}+\left(\frac{z_1-1}{2}\right)^{2014}$ حقيقي.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_1-1}{2}\right)^n$ حقيقي .

3/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النّقط A, B, C ذات اللواحق $z_A=2+i\sqrt{3}$ ؛ $z_B=2-i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=5$ ؛ (Γ) مجموعة النّقط $M(z)$ حيث : $z=1+2e^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) تحقق أنّ : A و B تنتميان إلى (Γ) .

ب) عيّن طبيعة (Γ) و حدّد عناصرها المميّزة .

4/ S التّشابه المباشر الذي مركزه C و يحوّل A إلى B .

◃ عيّن الكتابة المركّبة لـ S و حدّد عناصره المميّزة .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(u_n) المتتالية العدديّة المعرّفة كما يلي : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{2u_n+1} \end{cases}$

1/ برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $u_n\geq 1$.

2/ أدرس إتجاه تغيّر (u_n) ؛ ثمّ استنتج أنّها متقاربة .

3/ (v_n) متتاليّة معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=1-\dfrac{1}{u_n}$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتاليّة هندسيّة يُطْلَبُ تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب v_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_n بدلالة n و عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4/ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\ldots\ldots+\dfrac{1}{u_n}$.

5/ أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $0\leq u_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{3}(u_n-1)$.

ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0\leq u_n-1\leq\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ؛ ثمّ عيّن نهاية (u_n) من جديد .

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-2+\ln x$.

1/ أدرس تغيّرات g و شكّل جدول تغيّراتها .

2/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3/ حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدّالّة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - e + \dfrac{1-\ln x}{x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$(وحدة الطول $2cm$) .

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ ثمّ بيّن أنّ : $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ و فسّر النّتيجة بيانيًا .

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثمّ أدرس الوضعيّة النّسبيّة بين (C_f) و (Δ) .

2/ أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثمّ استنتج إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

ب) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \dfrac{1}{\alpha}$ ؛ ثمّ استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$.

3/ انشىء (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

4/ نعتبر الدّالتين h و H المعرّفتين على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{1-\ln x}{x}$ ؛ $H(x) = \ln x - \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بيّن أنّ H دالة أصليّة لـ h .

ب) استنتج دالّة أصليّة لـ f على المجال $]0;+\infty[$.