

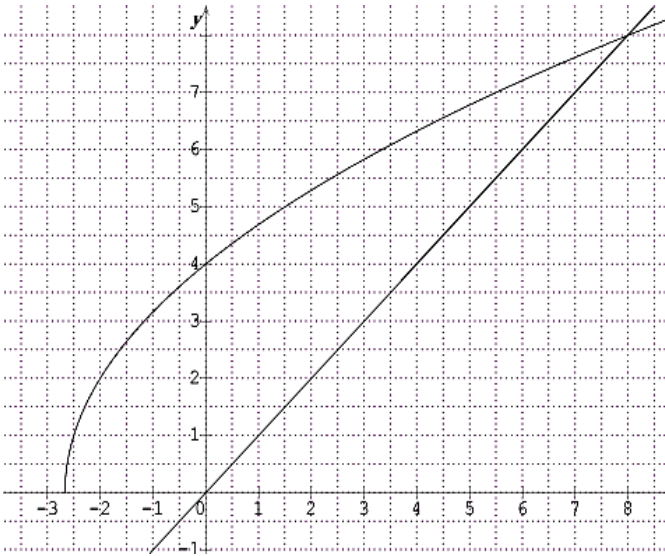


التمرين الأول: (5,06 ن).

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

(1) الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها

البياني في المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس و (Δ) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x$ " الشكل المقابل"



أ/ أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على

حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب (u_n) .

(2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq u_n < 8$$

ب) حدد اتجاه تغير (u_n) .

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة ، ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مرة أخرى

التمرين الثاني: (5,06 ن).

(u_n) متتالية معرفة بحددها الأول $u_1 = \frac{1}{a}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = \frac{n+1}{an} u_n$

" a عدد حقيقي موجب أكبر من أو يساوي 2"

(1) أ/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم بـ: $v_n = \frac{1}{an} u_n$

أ/ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ ، يطلب تعيين حدها الأول بدلالة a .

ب/ أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة a و n ثم احسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3 أ/ أحسب بدلالة a و n المجموع: $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$.

ب/ عين قيمة a حتى تكون: $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$

التمرين الثالث: (07 ن).

1- يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات سوداء تحمل الأرقام 1, 2, 2, 3, 3, 3 و 6 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2, 2, 3، كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب/ أحسب الاحتمالات التالية:

(1) سحب كرتين من لونين مختلفين.

(2) سحب كرتين تحملان نفس الرقم.

(3) سحب كرتين تحملان الرقم 1 و بلونين مختلفين.

(4) سحب كرتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون.

2- n عدد طبيعي.

يحتوي الصندوق U_2 على 5 كرات تحمل الأرقام $n, n, n+1, n+1, n+1$.

و 5 كرات أخرى تحمل الأرقام $2n, 2n+1, 2n+2, 2n+2, 2n+2$

كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ/ حدد حسب قيم n احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين.

ب/ نعتبر من أجل $n = 1$ ، المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب الرقم الأكبر عند

ظهور رقمين زوجيين في الكرتين المسحوبتين، الرقم الأصغر عند ظهور رقمين فرديين في

الكرتين المسحوبتين، الرقم 1- عند ظهور رقم فردي و آخر زوجي في الكرتين المسحوبتين.

- حدد قيم المتغير العشوائي X ، ثم أوجد قانون احتماله.

3- نعتبر أن التجربتين وقعتا في وقت واحد " سحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_2 و كرتين

في آن واحد من الصندوق U_2 "

أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب/ أحسب في حالة n زوجي، عدد حالات السحب الممكنة لظهور أرقام فردية في كل الكرات المسحوبة.

" بالتوفيق للجميع "