

التمرين الأول (10ن): نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x} \sin x$.
(1) أحسب $f'(x)$. (0.75ن).

(2) بين أن حلول المعادلة $f'(x) = 0$ تمثل متتالية حسابية وأن صورها بالدالة f تُشكل متتالية هندسية. (3ن).

(3) أ- أحسب المشتقات المتتالية للدالة f إلى غاية الرتبة الرابعة. (2ن).

ب- جد علاقة بين الدالة f ومشتقتها ذات الرتبة الرابعة والتي نرمز لها بالرمز $f^{(4)}$. (0.5ن).

(4) إستنتج دوال أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$. (1ن).

(5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n = F[(2n+1)\pi] - F[2n\pi]$.

أ- أحسب u_0 ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{e^{-2n\pi}}{2} (e^{-\pi} + 1)$. (0.5ن+0.5ن).

ب- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها. إستنتج نهاية المتتالية (u_n) . (1ن+0.75ن).

التمرين الثاني (10ن): نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ: $f(x) = x + \ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) أ- أدرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ و المستقيمات المقاربة. (1.75ن+0.75ن).

ب- أدرس وضعية المستقيم المقارب المائل (Δ) بالنسبة لـ (C_f) . (1ن).

(2) أ- أثبت أنه من أجل كل $x \in D_f$: $f(2-x) + f(x) = 2$ ، ماذا تستنتج؟ (0.5ن).

ب- هل النقطة $\omega(1; 1)$ نقطة إنعطاف للبيان (C_f) ؟ (0.5ن).

(3) بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in]0.5; 0.51[$. (0.75ن).

(4) أنشئ بدقة كل من (Δ) و (C_f) . (0.25ن+0.75ن).

(5) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x - m - \ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right| = 0$. (2ن).

(6) لتكن الدالة العددية g المعرفة بـ: $g(x) = \left| |x| + \ln \left| \frac{|x|+1}{|x|-3} \right| \right|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- عيّن مجموعة تعريف الدالة g ثم بين أنها زوجية. ماذا تستنتج؟ (0.75ن).

ب- إشرح كيف يُمكن إنشاء المنحنى (C_g) بإستعمال البيان (C_f) ثم أنشئ (C_g) . (1ن).

ملاحظات هامة جداً:

(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود.

(2) لا تكتب ولا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة.