

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي
الشعبة : تسيير واقتصاد

مديرية التربية لولاية الأغواط
دورة : ماي 2026

المدة : 03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا، شعبة تسيير واقتصاد بين السنوات 2018 و 2025.

السنة	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة $y_i\%$	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

- احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2018 و 2025 ثم مثل سخابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
- اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) ل $(y$ بدلالة $x)$ (المعاملان مدوران إلى 10^{-2}) ثم أنشئه في نفس المعلم.
• قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2030 (باعتبار أن نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة).
- بوضع $Z_i = \ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم أتممه

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i = \ln(y_i)$								

- عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار $(Z$ بدلالة $x)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x .
- ب) إذا إعتبرنا أن نسبة الناجحين بتقدير سنة 2030 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ؟ علل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$$

- احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، وضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.
ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً، هل المتتالية (u_n) متقاربة؟
3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 1$.
• بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول.
• عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟
4. أحسب بدلالة n كل من : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1. حلول المعادلة $e^{2x} - 2e^x - 8 = 0$ هي:

(أ) $S = \{\ln(4)\}$ (ب) $S = \{-2; 4\}$ (ج) $S = \{-2\}$

2. حلول المتراجحة : $\ln(x-2) > \ln(3-x)$ في المجال $]2; 3[$ هي :

(أ) $]\frac{5}{2}; +\infty[$ (ب) $]\frac{5}{2}; 3[$ (ج) ϕ

3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كإيلي : $h(x) = 2x + \ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)$ ، منحناها البياني يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ معادلته :

(أ) $y = 2x$ (ب) $2x - \ln 2$ (ج) 0

4. f دالة مستمرة على المجال $[1; 4]$. إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m = 2$ ، فإن $I = \int_1^4 f(x)dx$ يساوي :

(أ) $I = 6$ (ب) $I = 3$ (ج) $I = 5$

التمرين الرابع : (08 نقاط)

I (ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$)

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$			$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II (نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ - عين $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً ثم عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د - أنشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

و - احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمت $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x - 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب ب (صح) أو (خطأ) مع التعليل في كل سؤال مما يلي :

1. القيمة المتوسطة للدالة f حيث : $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ على المجال $[0; 1]$ هي : $m = -4$

2. الدالة المشتقة $g'(x)$ للدالة $g(x) = \ln(e^x + 1)$ هي $g'(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$

3. حلول المعادلة $(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0$ في المجال $]0; +\infty[$: $S = \{e^{-3}; e\}$

4. المتتالية (U_n) المعرفة على N ب: $U_n = n^2 + 2n + 1$ هي متتالية متناقصة تماماً .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

$$\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية حدودها موجبة تماماً بحيث:}$$

1. أ - بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب - احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n .

ج - احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \ln u_n$.

أ - بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب - عبر عن v_n بدلالة n .

ج - احسب بدلالة n الجداء : $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي وزن شخص بالكيلوغرام (kg) بدلالة طوله بالسنتيمتر (cm).

x_i الطول cm	145	150	155	160	165	170
y_i الوزن kg	50	53	57	62	65	67

1. مثل سخابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس.

2. احسب احداثي النقطة المتوسطة G لسخابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ و مثلها في المعلم السابق (نأخذ $1cm$ لكل $10cm$ على محور

الفواصل و يبدأ التدرج من 140، و $1cm$ لكل $2kg$ على محور التراتيب و يبدأ التدرج من 50).

3. أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا ل y بدلالة x ثم مثله في المعلم السابق.

4. نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكيلوغرام على مربع الطول بالمترو نقول ان وزن الشخص مثالي اذا كان

مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19; 24]$.

أ - باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن هذا الشخص عندما يصبح طوله $185cm$.

ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم، هل وزن هذا الشخص مثالي؟

التمرين الرابع : (08 نقاط)

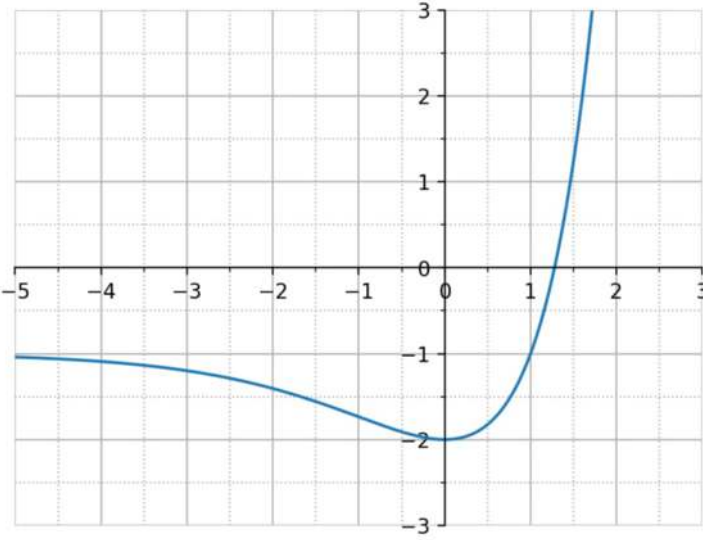
I (g) الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = -1 + (x - 1)e^x$$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الرسم المقابل).

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

(2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1, 2 < \alpha < 1, 3$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.



II (f) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$f(x) = \frac{2}{\frac{e^x}{x} + \frac{1}{x}}$$

ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسرها بيانياً.

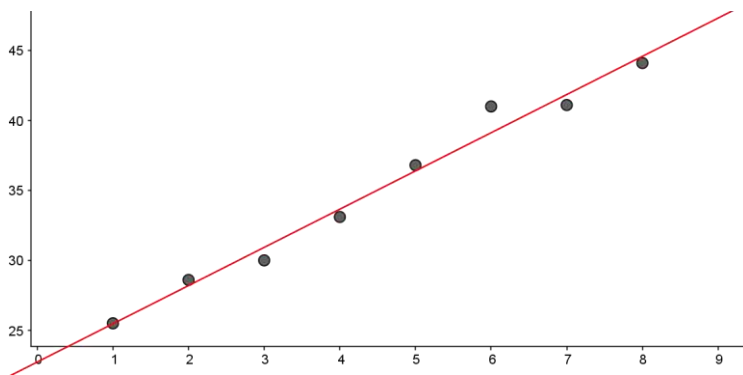
(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ، فسر بيانياً النتيجة.

(3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

(4) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

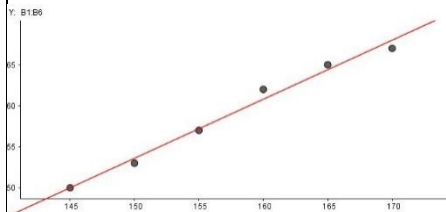
(5) أنشئ (Δ) و (C_f) .

(6) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																			
العلامة	مجزأة																				
		التمرين الأول (04 نقاط)																			
1.5	0.5	$a = \frac{44.1 - 25.5}{25.5} \times 100 = 72.94\%$: نسبة تطور الناجحين بتقدير هي :																			
	0.5+0.5	سحابة النقط ومستقيم الانحدار: 																			
01	0.75	- المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار : $y = 2.73x + 22.73$																			
	0.25	- نسبة الناجحين بتقدير سنة 2030 هو : $y = 58.22$																			
1.5	0.5	إتمام الجدول : <table border="1"><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td>$Z_i = \ln(y_i)$</td><td>3.24</td><td>3.35</td><td>3.4</td><td>3.5</td><td>3.61</td><td>3.71</td><td>3.72</td><td>3.79</td></tr></table>		x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	$Z_i = \ln(y_i)$	3.24	3.35	3.4	3.5	3.61	3.71	3.72	3.79
	x_i	1	2	3	4	5	6	7	8												
	$Z_i = \ln(y_i)$	3.24	3.35	3.4	3.5	3.61	3.71	3.72	3.79												
0.5	أ) المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار : $z = 0.08x + 3.18$																				
0.25	- التعبير عن y بدلالة x : $y = e^{0.08x + 3.18}$																				
0.25	ب) بعد حل المعادلات نجد $x_1 = 20.24$ و $x_2 = 14.70$ و وبالتالي التعديل الثاني أدق.																				
التمرين الثاني (04 نقاط)																					
01	0.25×4	حساب الحدود : $u_3 = \frac{19}{27}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{1}{3}$ التخمين : المتتالية متزايدة تماماً.																			
01	0.5	أ) البرهان بالتراجع أن $0 \leq u_n \leq 1$: التأكد $u_0 = 0$ إذن $p(0)$ محققة نفرض أن الخاصية $p(n)$ صحيحة ونبرهن صحة $p(n+1)$																			
	0.25	ب) برهان أن (u_n) متزايدة تماماً : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1 - u_n) > 0$																			
	0.25	- هل المتتالية متقاربة : (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى $(u_n \leq 1)$ إذن هي متقاربة.																			
01.5	0.25 0.25	- بيان أن المتتالية (v_n) هندسية :																			

		$v_0 = -1$ وحدها الأول $q = \frac{2}{3}$ إذن المتتالية هندسية وأساسها $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$									
	0.25	$v_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n$: n بدلالة v_n -									
	0.25	$u_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$: n بدلالة u_n -									
	0.25	حساب النهايتين : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ -									
	0.25	الاستنتاج : نستنتج أنهما متقاربتين. -									
0.5	0.5	المجموع : $S'_n = -3 \left(1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{n+1} \right) + n + 1, \quad S_n = -3 \left(1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{n+1} \right)$	(4)								
التمرين الثالث (04 نقاط)											
01	0.5 0.5	الإجابة (أ) : لأن المعادلة تقبل حل مرفوض و آخر مقبول هو : $\ln 4$	(1)								
01	0.5 0.5	الإجابة (ب) : حل المتراجحة هو $x > \frac{5}{2}$ إذن $x \in \left[\frac{5}{2}; 3 \right[$	(2)								
01	0.5 + 0.5	الإجابة (ب) : لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + \ln \left(\frac{x+1}{2x} \right) - 2x + \ln 2 = \ln \left(\frac{1}{2} \right) + \ln 2 = 0$	(3)								
01	0.5 0.5	الإجابة (أ) : $2 = \frac{1}{4-1} \int_1^4 f(x) dx$ يكافئ : $6 = \int_1^4 f(x) dx$	(4)								
التمرين الرابع (08 نقاط)											
01	01	أ. جدول إشارة $g(x)$: <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0 +</td></tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$g(x)$		-	0 +	
x	0	1	$+\infty$								
$g(x)$		-	0 +								
01.5	0.5 0.5 0.5	ب. حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ $x = 0$ مستقيم مقارب ل (C_f)	أ								
01	0.5	المستقيم المقارب المائل (Δ) : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{\ln x}{x} \right] = 0$ وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) : ندرس إشارة $-\frac{\ln x}{x}$	ب								

	0.5	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$-\frac{\ln x}{x}$</td><td></td><td>+</td><td>0</td></tr> <tr> <td>الوضع النسبي</td><td></td><td>(C_f) فوق (Δ)</td><td>(C_f) تحت (Δ)</td></tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$-\frac{\ln x}{x}$		+	0	الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	
x	0	1	$+\infty$												
$-\frac{\ln x}{x}$		+	0												
الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)												
02	01	المشتقة $f'(x)$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ جدول التغيرات : <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1.0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>	x	0	1.0	$+\infty$	$f'(x)$		-	0	$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$	ج
x	0	1.0	$+\infty$												
$f'(x)$		-	0												
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$												
01.5	01.5	التمثيل البياني :	د												
01	01	حساب مساحة A : $A = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = -\frac{1}{2} u a$	و												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	
العلامة	مجزأة		
		التمرين الأول (04 نقاط)	
01	0.5 0.5	(1) الإجابة (خطأ) ، التعليل : $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{1} \int_0^1 f(x) dx = 4$	
01	0.5 0.5	(2) الإجابة (خطأ) ، التعليل : $g'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$	
01	0.5 0.5	(3) الإجابة (صح) ، التعليل : بحساب المميز نجد $\Delta = 16$ والحلول $x_1 = e$ و $x_2 = e^{-3}$	
01	0.5 0.5	(4) الإجابة (صح) ، التعليل : لدينا $U_{n+1} - U_n = -2n - 1 < 0$ إذن المتتالية متناقصة تماماً.	
		التمرين الثاني (04 نقاط)	
02	01 0.25 0.25 0.5	(1) أ) حساب الأساس $q : q = e^{-2}$ ب) حساب الحد الأول $u_0 : u_0 = 1$ ج) المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{1 - e^{-2n-2}}{1 - e^{-2}}$ د) عبارة u_n بدلالة $n : u_n = e^{-2n}$	
02	0.5 0.5 0.5	(2) أ) تبين أن (v_n) حسابية وحساب أساسها : $r = -2$ ب) حددها الأول : $v_0 = 0$ ج) الجداء : $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n = e^{v_0 + v_1 + \dots + v_n} = e^{\frac{n+1}{2}(-2n)} = e^{-n^2 - n}$ د) عبارة v_n بدلالة $n : v_n = -2n$	
		التمرين الثالث (04 نقاط)	
0.75	0.75	(1) سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$	
			
0.5	0.5	(2) احداثي النقطة المتوسطة $G(157.5; 59)$	
01.25	0.5 0.5 0.25	(3) معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا : $a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{V(X)} = \frac{52.5}{72.92} = 0.72$ $b = \bar{Y} - a\bar{X} = -54.4$ $y = 0.72x - 54.40$	
01.5	0.5 0.5 0.5	(4) أ- تعيين وزن الشخص الذي طوله 185cm بالتعويض نجد : $y = 78.8$ ب- حساب مؤشر كتلة الجسم : $T = \frac{78.8}{(1.85)^2} = 23.02$ نعم الوزن مثالي لأن $19 \leq 23.02 \leq 24$	

التمرين الرابع (08 نقاط)

1. جدول تغيرات الدالة $g(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-1	-2	$+\infty$

(2) اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $1.2 < \alpha < 1.3$:
مبرهنة القيم المتوسطة

- إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(1) بيان عبارة الدالة $f(x)$: $f(x) = \frac{2}{e^x + 1} = \frac{2x}{e^x + 1}$

- استنتاج النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- التفسير الهندسي : $y = 0$ مستقيم مقارب أفقي .

(2) حساب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

- حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x(e^x)}{e^x + 1} = 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$

- التفسير البياني : $y = 2x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$

(3) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

$$f(x) - 2x = \frac{2x}{e^x + 1} - 2x = \frac{-2x(e^x)}{e^x + 1}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - 2x$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)

(4) بيان عبارة المشتقة : $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

- استنتاج اتجاه التغير وجدول التغيرات :

الدالة f متزايدة على المجال $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة على المجال $[\alpha; +\infty[$

		- جدول التغيرات : <table> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td></tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0	
x	$-\infty$	α	$+\infty$												
$f'(x)$	+	0	-												
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0												
0.5															
		(5) التمثيل البياني :													
01.5	01														
		(6) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط m : المعادلة تؤول إلى : $f(x) = m$ وهي مناقشة أفقية - على المجال $]-\infty; 0]$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب. - على المجال $[0; f(\alpha)[$ المعادلة تقبل حلين موجبين. - على المجال $]f(\alpha); +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول.													
	0.5														