وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبي — دورة ماي : 2026

الشعبة : تسيير و اقتصاد — ثانوية زروقي الشيخ بن الدين - مستغانم

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول ﴿4 نقاط﴾

يمثل الجدول التالي تطورمعدل نسبة البطالة في الجزائر خلال 9 ثلاثيات متتابعة بداية من سنة 2023.

رتبة الثلاثي x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
نسبة البطالة Y_i	14.1	13,6	13	12.7	12.5	11.9	11.7	11.3	11.2

(المصدر : الديوان الوطني للإحصائيات)

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;10)$ ، ($1cm$ لكل 1 سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 1 نسبة على محور التراتيب).
2. احسب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\overline{x};\overline{y})$ ثم علمها.
3. اكتب معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا ، تدور النتائج الى 10^{-2}.
4. ما هو معدل نسبة البطالة خلال الثلاثي الثاني من سنة 2026.

التمرين الثاني ﴿04 نقاط﴾

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير :

1) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{xe^x+x+2}{e^x+1}$ ، منحناها يقبل بجوار $-\infty$ مستقيما مقاربا معادلته :

أ) $y=x+2$ ب) $y=x-2$ جـ) $y=x$

2) المعادلة (E) ذات المتغير الحقيقي x حيث : $2\log x=\log(x+4)+\log(2x)\cdots\cdots(E)$ تقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حلين متمايزين ب) حل وحيد جـ) لا تقبل أي حل

3) f الدالة المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x)=2x-\ln\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$ ، $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني معادلة لمماس $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي :

أ) $y=x-\ln 2$ ب) $y=x+\ln 2$ جـ) $y=-x+1$

4) القيمة المتوسطة للدالة $x\mapsto e^x(e^x-1)$ على المجال $[0,\ln 2]$ هي :

أ) $\ln 2$ ب) $\dfrac{1}{2}$ جـ) $\dfrac{1}{\ln 4}$

التمرين الثالث ﴿05 نقاط﴾

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + e)$

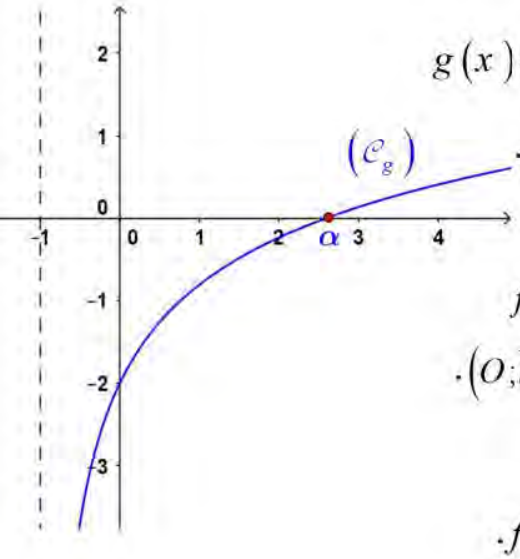
1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$.
2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - e$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ ثم احسب حدها الأول v_0.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4. احسب **بدلالة** n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

التمرين الرابع: ﴿07 نقاط﴾



I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $g(x) = -\frac{x+2}{x+1} + \ln(x+1)$

$(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها α.

❄ بقراءة بيانية حدد إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x) = -2x + x\ln(x+1)$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x) = g(x)$.
   - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4. جد نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع محوري الإحداثيات.
5. ارسم كلا من (T) و $(\mathcal{C}_f)$، يعطى $f(\alpha) \approx -1.87$.
6. H دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $H(x) = \frac{1}{2}\left[(x^2-1)\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2 + x\right]$

أ) تحقق أن H دالة أصلية للدالة $x \mapsto x\ln(x+1)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم $y = -2x$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 0$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول ﴿4.5 نقاط﴾

يعطى الجدول التالي كلفة استهلاك الكهرباء من طرف عائلات معينة من مدينة ما خلال سنة (مقدرة بآلاف الدنانير)

السنة	2011	2013	2014	2015	2017
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
الكلفة y_i (بآلاف الدنانير)	29	35	52	71	101

1. أ) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 آلاف دينار على محور التراتيب).

ب) هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي ؟ برر.

2. نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر(تدور النتائج الى 10^{-2})

أ) اتمم الجدول التالي

رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
$z_i = \ln y_i$	3,37				

ب) اوجد إحداثيي النقطة المتوسطة $G(\overline{X};\overline{Z})$ لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$

3. بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $z = 0,22x + 3,07$

4. أ) تحقق أن $y = ke^{0,22x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه.

ب) احسب تقدير كلفة استهلاك العائلات للكهرباء سنة 2026.

التمرين الثاني ﴿04.5 نقاط﴾

1. (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث : $\begin{cases} ln(u_1)+ln(u_5)=-12 \\ ln(u_2)-ln(u_4)=4 \end{cases}$

أ) بين أن الأســـاس q *للمتتالية* (u_n) *يساوي* e^{-2} و حدها الأول $u_0 = 1$.

ب) اكتب u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـــــ : $v_n = ln(u_{n+1})+ln(u_n)$

أ) بين أن (v_n) متتالية حســـابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عـــبـــر عن v_n بدلالة n .

3. احسب بدلالة n المجموع : $T_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_n$.

- عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $T_n = -8$.

التمرين الثالث: ﴿04 نقاط﴾

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $3x^2+x-10=0$.
2. استنتج في المجال $]1,+\infty[$ حلول المعادلة : $3\left(\ln(x-1)\right)^2+\ln(x-1)-10=0$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{x-1}-\frac{10}{e}+3e^{2x-1}>0$.

التمرين الرابع: ﴿07 نقاط﴾

1. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=x^2-3+2(1-x)e^{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x^2\left[1-\frac{3}{x^2}-2e\frac{e^x}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)\right]$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=2x\left(1-e^{x+1}\right)$.

- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

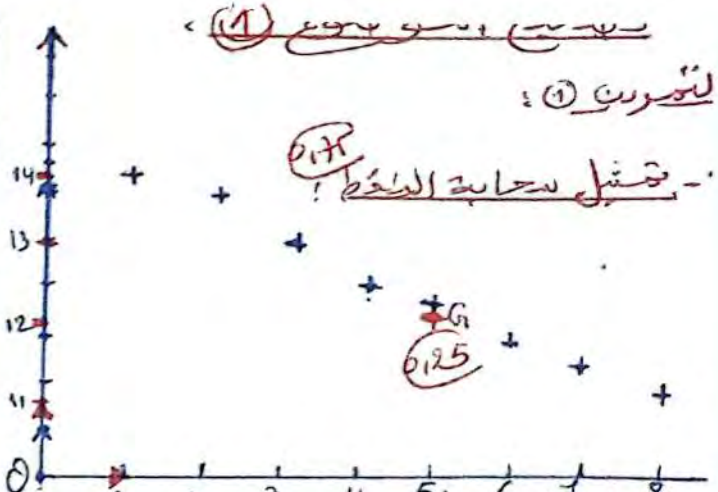
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $0.8<\alpha<0.9$.
4. ارسم (C_f) .
5. G الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x)=(2-x)e^{x+1}$.

- احسب $G'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من أجل القيمة 0 .

6. λ عدد حقيقي أصغر من أو يساوي -1 ، احسب بالسنتيمتر مربع $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـــ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=-1$ و $x=\lambda$.

التمرين ①:

- تمثيل سحابة النقط: (0,75)



$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{45}{9} = 5$

$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{112}{9} \approx 12,44$ (0,5)

اذن: $G(5; 12,44)$

- معادلة (d) المستقيم:

$a = \frac{\frac{1}{n}\sum (x_i y_i) - \bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2}$

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_i	14,1	13,6	13	12,7	12,5	11,9	11,7	11,3	11,2
$x_i y_i$	14,1	27,2	39	50,8	62,5	71,4	81,9	90,4	100,8
$(x_i - \bar{x})^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

$\sum (x_i y_i) = 538,1$; $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 60$

$a = \frac{\frac{1}{9} \times 538,1 - 62,2}{\frac{1}{9} \times 60} = \frac{-2,141}{6,67} = -0,36$ (1)

$\bar{y} = a\bar{x} + b$ ai $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$b = 12,44 - (-0,36) \cdot 5 = 14,24$ (1)

$y = -0,36x + 14,24$ (0,5)

تعيين رتبة الثلاثي الثاني لسنة 2026:

سنة 2023: رتبة الثلاثيات الأربعة هي: 1 ـ 2 ـ 3 ـ 4

سنة 2024: " " " : 5 ـ 6 ـ 7 ـ 8

سنة 2025: " " " : 9 ـ 10 ـ 11 ـ 12

سنة 2026: " " " : 13 ـ 14 ـ 15 ـ 16

اذن: رتبة الثلاثي الثاني لسنة 2026 هي: 14

(1) نسبة البطالة هي:

$y = -0,36(14) + 14,24$

$y = -5,04 + 14,24 = 9,2\%$

التمرين ②:

(1) أ) $g(x) = \frac{xe^x + x + 2}{e^x + 1} = \frac{xe^x + x}{e^x + 1} + \frac{2}{e^x + 1}$

$= \frac{x(e^x + 1)}{e^x + 1} + \frac{2}{e^x + 1}$

$g(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

ب) حساب: $\lim_{x \to -\infty} x + \frac{2}{e^x + 1} = 2$

المستقيم (d): $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_g) بجوار $-\infty$

$\lim_{x \to -\infty} \left[\frac{xe^x + x + 2}{e^x + 1} - x - 2 \right] = \lim_{x \to -\infty} \left[\frac{xe^x + x + 2 - xe^x - x - 2e^x - 2}{e^x + 1} \right]$ (ب)

$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-2e^x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow y = x + 2$ (0,75)

مقارب مائل لـ (C_g) بجوار $-\infty$

(1) الاجابة: (0,25)

الاجابة: ③ ب)

$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$f'(x) = 2 - \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{x+1}{2}} \right) = 2 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{x+1} \right)$

$= 2 - \frac{1}{x+1}$

$f'(0) = 1$; $f(0) = \ln 2$

$y = x + \ln 2$

الاجابة: ④ أ)

$m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$

$= \frac{1}{\ln 2} \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - e^x)\,dx$

$= \frac{1}{\ln 2} \left[\int_0^{\ln 2} e^{2x}\,dx - \int_0^{\ln 2} e^x\,dx \right]$

$= \frac{1}{\ln 2} \left[\left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\ln 2} - \left[e^x \right]_0^{\ln 2} \right] = \frac{3}{2\ln 2} - \frac{2}{2\ln 2} = \frac{1}{2\ln 2} = \frac{1}{\ln 4}$

التمرين ③ :

$$\begin{cases} u_0 = 2e \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + e) \end{cases}$$

1- برهان بالتراجع (0,75)

- نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$

$u_0 = 2e > e$ (صحيحة)

- نفرض صحة $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n ونبرهن صحة $P(n+1)$

لدينا : $u_n > e$

$u_n + e > 2e$

$\frac{1}{2}(u_n + e) > e$

$u_{n+1} > e$; منه

الخاصية صحيحة من أجل $n=0$ بالتالي $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n حسب الاستدلال بالتراجع .

2- اتجاه تغير (u_n):

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}(u_n + e) - u_n = \frac{1}{2}u_n + \frac{e}{2} - \frac{2u_n}{2}$

$= \frac{-u_n + e}{2}$ (0,5)

لدينا : $u_n > e$ منه $-u_n < -e$

$-u_n + e < 0$

إذن $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n + e}{2} < 0$

المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

التقارب : بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل $(u_n > e)$ فهي متقاربة (0,5)

3- أ- إثبات أن (v_n) هندسية :

$v_n = u_n - e$

$v_{n+1} = u_{n+1} - e$

$= \frac{1}{2}(u_n + e) - e$

$= \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}e - \frac{2e}{2} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2}e$

$= \frac{1}{2}(u_n - e) = \frac{1}{2}v_n$ (0,5)

إذن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

وحدها الأول $v_0 = 2e - e = e$ (0,25)

ب- عبارة v_n بدلالة n :

$v_n = v_0 \times q^n$

$v_n = e\left(\frac{1}{2}\right)^n$ (0,5)

عبارة u_n بدلالة n :

$u_n = v_n + e$

$u_n = e\left(\frac{1}{2}\right)^n + e = e\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1\right]$ (0,5)

حساب $\lim u_n$:

$\lim_{n\to+\infty} e\left(\frac{1}{2}\right)^n + e = e$ (0,5)

$\left(-1 < \frac{1}{2} < 1 : \text{لأن}\right)$

4- المجموع :

$S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

$= (v_0 + e) + (v_1 + e) + \cdots + (v_n + e)$

$= (v_0 + v_1 + \cdots + v_n) + (e + e + \cdots + e)$

(هندسية) (ثابتة)

$= v_0\left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right) + e(n+1)$

$= e\left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}\right) + en + e$

$= 2e\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + en + e$

$S = 3e + en - 2e\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ (1)

التمرين ④ :

$D =]-1; +\infty[$

$g(x) = -\frac{x+2}{x+1} + \ln(x+1)$

I- إشارة $g(x)$

x	-1		α		$+\infty$
إشارة $g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

(0,5)

II-

$f(x) = -2x + x\ln(x+1)$

- $\lim_{x\to-1} -2x + x\ln(x+1) = +\infty$ (0,5) (1)

(C_f) يقبل مقارب عمودي معادلته $x = -1$ بجوار $+\infty$ (0,5)

- $\lim_{x\to+\infty} -2x + x\ln(x+1) = \lim_{+\infty} x\left(-2 + \frac{\ln(x+1)}{+\infty}\right)$

$= +\infty$ (0,5)

② المشتقة : الدالة f قابلة للاشتقاق على D

$f'(x) = -2 + \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} \times x$

$= \frac{-2x - 2 + x}{x+1} + \ln(x+1)$ (0,5)

$= \frac{-x-2}{x+1} + \ln(x+1)$

$f'(x) = -\frac{x+2}{x+1} + \ln(x+1) = g(x)$

اتجاه تغير الدالة :

الدالة f متناقصة تماما على $]-1; \alpha]$ (0,5)

ومتزايدة على المجال $[\alpha; +\infty[$

جدول التغيرات : (0,5)

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3 - معادلة المماس عند الفاصلة 0 :

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

(1) $\boxed{y = -2x}$ (0,5)

4 - تقاطع (C) مع محور الفواصل

$y = 0$

$f(x) = 0$ معناه $-2x + x\ln(x+1) = 0$

$x(-2 + \ln(x+1)) = 0$

$x = 0$ أو $\ln(x+1) = 2$ (0,5)

$x+1 = e^2$

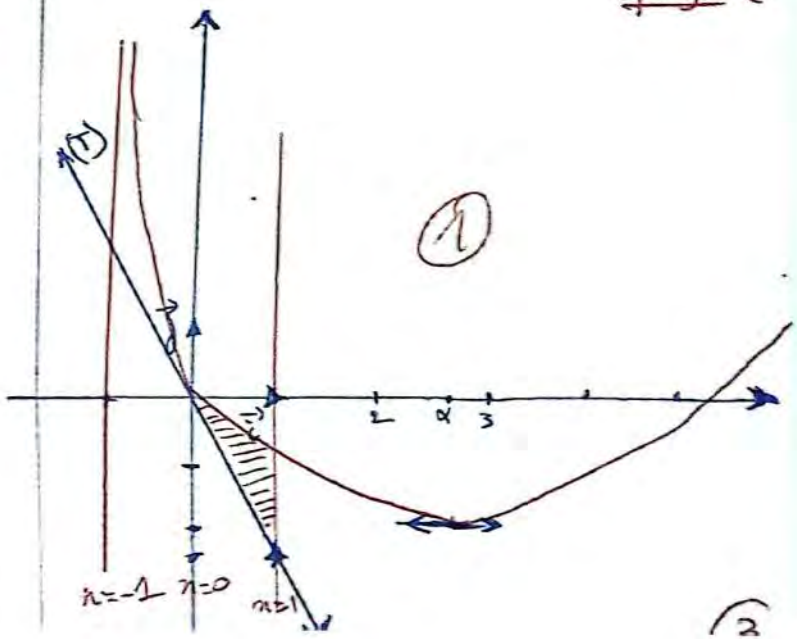
$x = 0$ أو $x = e^2 - 1$

$A(0;0)$ أو $B(e^2-1;0)$

تقاطع (C) مع محور التراتيب $x = 0$

$f(0) = 0$ $A(0;0)$. (0,25)

5 الرسم:



(1)

6 - أ) تحقق أن H أصلية لـ $x \mapsto x\ln(x+1)$

$H(x) = \frac{1}{2}\left[(x^2-1)\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2 + x\right]$

$H'(x) = \frac{1}{2}\left(2x\ln(x+1) + \frac{1}{x+1}(x^2-1) - x + 1\right)$

$= \frac{1}{2}\left(2x\ln(x+1) + \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - x + 1\right)$

$= \frac{1}{2}\left(2x\ln(x+1) + x - 1 - x + 1\right)$

$H'(x) = x\ln(x+1)$ (0,5)

إذن H أصلية للدالة $x \mapsto x\ln(x+1)$ على D_f.

ب - حساب المساحة:

$A = \int_0^1 (f(x) - y)\,dx = \int_0^1 -2x + x\ln(x+1) + 2x\,dx$

$= \int_0^1 x\ln(x+1)\,dx = \left[H(x)\right]_0^1$ (1)

$= H(1) - H(0)$

$A = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}(0) = \frac{1}{4}$ u.a

التمرين ②:

$$\begin{cases} \ln(u_1) + \ln(u_5) = -12 \\ \ln(u_2) - \ln(u_4) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(u_1 \times u_5) = -12 \\ \ln\left(\frac{u_2}{u_4}\right) = 4 \end{cases}$$

$\ln\left(\frac{u_2}{u_4}\right) = 4$ تكافئ $\frac{u_2}{u_4} = e^4$

بما أن (u_n) هندسية فإن: $\frac{u_0 \cdot q^2}{u_0 \cdot q^4} = e^4$

$\frac{1}{q^2} = e^4 \Rightarrow q^2 = e^{-4}$ (0,5)

$q = (e^{-4})^{\frac{1}{2}} = e^{-2}$

$\ln(u_1 \cdot u_5) = -12 \Rightarrow u_1 \cdot u_5 = e^{-12}$

$u_0 \cdot q \times u_0 \cdot q^5 = e^{-12}$

$u_0^2 \cdot q^6 = e^{-12}$

$u_0^2 \cdot (e^{-2})^6 = e^{-12} \Rightarrow u_0^2 \cdot e^{-12} = e^{-12}$

$u_0^2 = \frac{e^{-12}}{e^{-12}}$ بالتالي (0,5)

$u_0^2 = 1 \Rightarrow u_0 = 1$ أو $u_0 = -1$

بما أن الحدود موجبة تماما فإن:

$\boxed{u_0 = 1}$

(1)

1-2

x_i	1	3	4	5	7
$\ln y_i$	3,37	3,56	3,95	4,26	4,62

(0,5)

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$ (0,5)

$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{n} = \frac{19,76}{5} = 3,95$

ب- $G(4; 3,95)$

3- معادلة مستقيم الانحدار:

$a = \frac{\frac{1}{n}\sum x_i z_i - \bar{x}\bar{z}}{\frac{1}{n}(x_i - \bar{x})^2}$

						المجموع
$x_i z_i$	3,37	10,68	15,8	21,3	32,34	83,49
$(x_i - \bar{x})^2$	9	1	0	1	9	20

$a = \frac{\frac{1}{5} \times 83,49 - 15,8}{\frac{1}{5} \times 20} = 0,22$ (1)

$\bar{z} = a\bar{x} + b \Rightarrow b = \bar{z} - a\bar{x} = 3,95 - 0,22(4)$

$b = 3,07$ ومنه: $\boxed{z = 0,22x + 3,07}$

ومنه $z = \ln y$ أي: لدينا (4)

$\ln y = 0,22x + 3,07$ تكافئ $y = e^{0,22x+3,07}$

$y = e^{0,22x} \times e^{3,07}$

$y = e^{3,07} \cdot e^{0,22x}$ ومنه: (0,5)

$\boxed{k = e^{3,07}}$

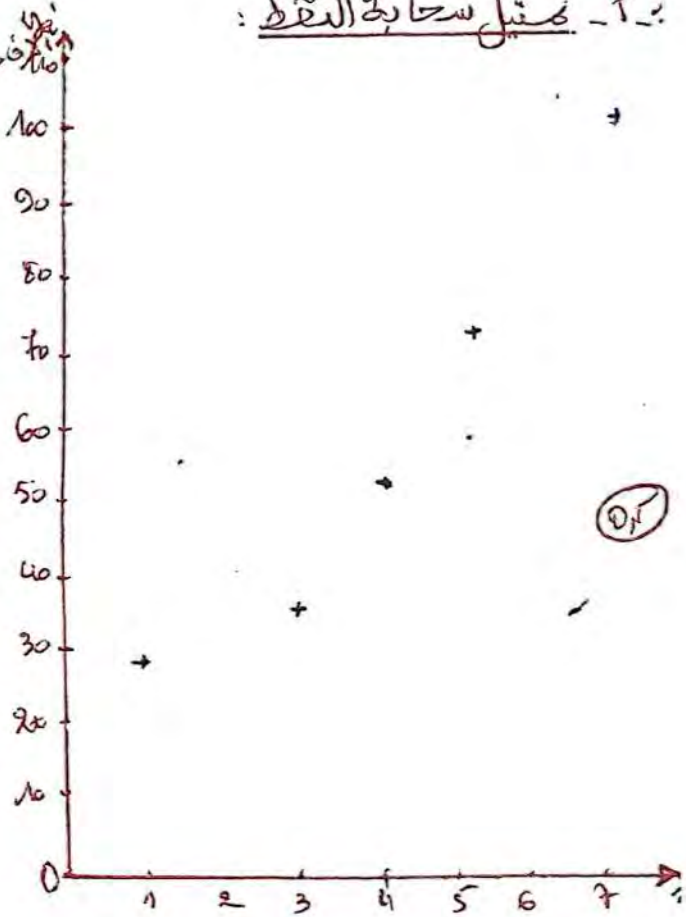
ب) $x_{2026} = 2026 - 2011 + 1 = \boxed{16}$

$y = e^{3,07} \cdot e^{0,22(16)} = 727,78$ أي: لدينا

(0,5)

تمرين ①:

أ- تمثيل سحابة النقط:



(0,5)

ب- لا يمكن لأن نقط السحابة تشكل منحنيا وليس مستقيما.

(1)

التمرين (3):

① حل في $\mathbb{R}$ المعادلة:

$3x^2+x-10=0$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 1-4(3)(-10)=121$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-1-11}{6}=\frac{-12}{6}$; $x_2=\frac{-1+11}{6}=\frac{10}{6}$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{5}{3}$ (1,5)

$S=\left\{-2;\frac{5}{3}\right\}$

② حلول المعادلة في المجال $]1,+\infty[$:

$3(\ln(x-1))^2+\ln(x-1)-10=0$

نضع: $\ln(x-1)=t$

$3t^2+t-10=0$ (0,25)

$t=-2$ أو $t=\frac{5}{3}$

$\ln(x-1)=-2$ أي $\ln(x-1)=\frac{5}{3}$ (0,25)

$x-1=e^{-2}$ أو $x-1=e^{\frac{5}{3}}$ (0,5)

$x=e^{-2}+1$ أو $x=e^{\frac{5}{3}}+1$

$S=\left\{e^{-2}+1;e^{\frac{5}{3}}+1\right\}$ (0,25)

③ حل المتراجحة:

$e^{x-1}-\frac{10}{e}+3e^{2x-1}>0$

بعد ضرب الطرفين في e^x نجد:

$e^x-10+3e^{2x}>0$ (0,25)

(2)

3- المجموع T_n:

$T_n=v_0+v_1+\dots+v_n$

$=\frac{n+1}{2}(v_0+v_n)$

$=\frac{n+1}{2}(-2-2-4n)$

$=\frac{n+1}{2}(-4-4n)=(n+2)(-2-2n)$

$T_n=-(n+1)(2+2n)$ (0,5)

تعيين قيم n حتى يكون $T_n=-8$:

$-(n+1)(2+2n)=-8$

$(n+1)(2n+2)=8$: أي

$2n^2+4n+2-8=0$

$2n^2+4n-6=0$

$n_1=\frac{-4-8}{4}$ أو $n_2=\frac{-4+8}{4}$

$=-\frac{12}{4}=-3\notin\mathbb{N}$ أو $n_2=1$

مرفوض (0,75)

1- كتابة (u_n) بدلالة n:

$u_n=u_0\times q^n$

$u_n=(e^{-2})^n=e^{-2n}$ (0,5)

$\lim_{n\to+\infty}(e^{-2})^n=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{e^2}\right)^n=0$

(0,5) $-1<\frac{1}{e^2}<1$: لأن

(2) $v_n=\ln(u_{n+1})+\ln(u_n)$

$v_{n+1}=v_n=\ln(u_{n+2})+\ln(u_{n+1})-\ln(u_n)$

$v_{n+1}-v_n=\ln(u_{n+2})-\ln(u_n)$

$=\ln\left(\frac{u_{n+2}}{u_n}\right)=\ln\left(\frac{e^{-2(n+2)}}{e^{-2n}}\right)$

$=\ln\left(\frac{e^{-2n}\cdot e^{-4}}{e^{-2n}}\right)=\ln(e^{-4})$ (0,5)

$v_{n+1}-v_n=-4$

(2) حساب v_0 ثم استنتاج أساس المتتالية r وحدها الأول

$v_0=\ln(u_1)+\ln(u_0)=\ln e^{-2}+\ln 1$ (0,25)

$v_0=-2$ (0,25)

عبارة (v_n) بدلالة n:

$v_n=v_0+nr$

$v_n=-2-4n$ (0,5)

$\lim_{x\to+\infty} x^2\left[1-\frac{3}{x^2}-2e\frac{e^x}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)\right] = -\infty$ (0,5)

$(+\infty)\times(-\infty)$

② دراسة اتجاه تغير الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 2x + 2(-1e^{x+1} + e^{x+1}(1-x))$

$= 2x - 2e^{x+1} + 2e^{x+1} - 2xe^{x+1}$

$f'(x) = 2x(1-e^{x+1})$ (0,75)

اتجاه تغير الدالة f:

$f'(x) = 0$ معناه $2x=0$ أو $1-e^{x+1}=0$

$x=0$ أو $e^{x+1}=1$

$x+1=0$ (0,5)

$x=-1$

اشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		−		−	0	+	
$1-e^{x+1}$		+	0	−		−	
$f'(x)$		−	0	+	0	−	

الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[0;+\infty[$ (0,5)

الدالة f متزايدة على المجال $[-1;0]$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$2e-3$	↘	$-\infty$

(0,5)

$3e^{2x} + e^x - 10 > 0$

نضع $e^x = y$

$3y^2 + y - 10 > 0$ (0,25)

y	$-\infty$		-2		0		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
	+		0	−		−	0	+	

$y=-2$ أو $y=\frac{5}{3}$

$e^x = -2$ (مرفوض); $e^x = \frac{5}{3}$ (0,5)

$3(e^x+2)(e^x-\frac{5}{3})>0$

$x = \ln\frac{5}{3}$: ومنه

إذن حلول المتراجحة $x \in]\ln\frac{5}{3}; +\infty[$ (0,5)

④ لتبرير أن $f(x) = x^2 - 3 + 2(1-x)e^{x+1}$

$\lim_{x\to-\infty} x^2 - 3 + 2(1-x)e^{x+1}$ (0,5)

$= \lim_{x\to-\infty} x^2 - 3 + 2e^{x+1} - 2xe^{x+1} = +\infty$

⑤ التحقق:

$f(x) = x^2\left[1-\frac{3}{x^2}-2e\frac{e^x}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)\right]$

$= x^2 - 3 - 2e\frac{x^2e^x}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)$

$= x^2 - 3 - 2e^{x+1}\cdot x\left(1-\frac{1}{x}\right)$

$= x^2 - 3 - 2e^{x+1}(x-1)$ (0,75)

$= x^2 - 3 + 2e^{x+1}(1-x)$

$= f(x)$.

③ f مستمرة ورتيبة على $[0,8; 0,9]$

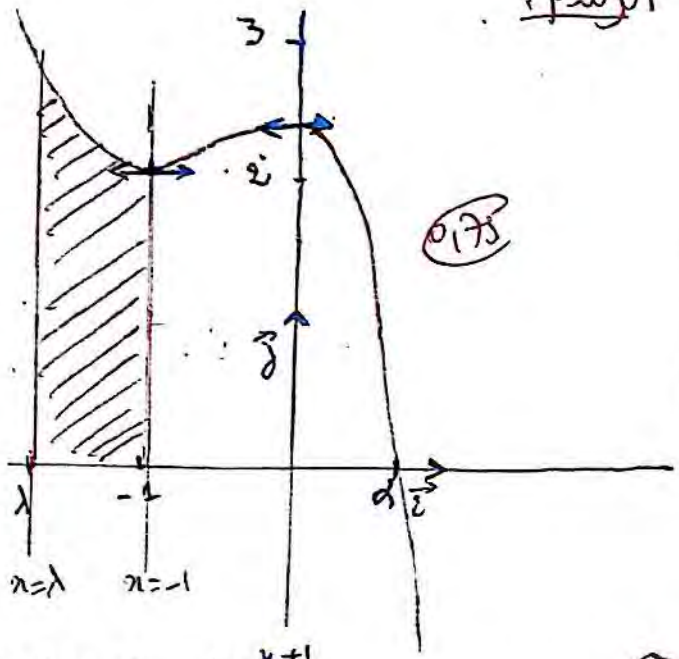
$f(0,8) = 0,06$

$f(0,9) = -0,85$ (0,5)

$f(0,8)\times f(0,9) < 0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,8 < \alpha < 0,9$

الرسم:



(0,75)

⑤ $G_2(x) = (2-x)e^{x+1}$

$G_2'(x) = -e^{x+1} + e^{x+1}(2-x) = -e^{x+1} + 2e^{x+1} - xe^{x+1}$

$G_2'(x) = e^{x+1} - xe^{x+1} = e^{x+1}(1-x)$ (0,5)

$F(x) = \int_0^x t^2 - 3 + 2(1-t)e^{t+1}\,dt$ (0,75)

$= \int_0^x t^2 - 3\,dt + 2\int_0^x \underbrace{(1-t)e^{t+1}}_{G_2'(x)}\,dt$

(3)

$$F(x) = \left[\frac{t^3}{3} - 3t\right]_0^x + 2\left[G(t)\right]_0^x$$

$$= \frac{x^3}{3} - 3x + 2(2-x)e^{x+1} - 2G(0)$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - 3x + 2(2-x)e^{x+1} - 4e$$

A(λ) au lieu de (6)

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{-1} f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_{\lambda}^{-1}$$

(0,5)

$$= F(-1) - F(\lambda)$$

$$= \frac{26}{3} - 4e - \frac{\lambda^3}{3} + 3\lambda - 2(2-\lambda)e^{\lambda+1} + 4e$$

$$A(\lambda) = \left(-\frac{\lambda^3}{3} - 2(2-\lambda)e^{\lambda+1} + 3\lambda + \frac{26}{3}\right) \times 2 \times 2$$

$$A(\lambda) = -\frac{4}{3}\lambda^3 - 8(2-\lambda)e^{\lambda+1} + 12\lambda + \frac{104}{3}\ cm^2$$

(4)