الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديـــــــــرية التربية لولاية البيض

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانـــــــوية حميتو الحاج علي الشلالة

الشعبة: تسيير واقتصاد — دورة: مـــــــــــــاي 2025

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول:(04ن)

1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $(3x-2)(x^2+4x-5)=3x^3+10x^2-23x+10$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $3x^3+10x^2-23x+10=0$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $3(\ln x)^3+10(\ln x)^2-23(\ln x)+10=0$

$$3e^{2x}+10e^{x}-23+10e^{-x}=0$$

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $e^{2x}+4e^{x}-5\geq 0$

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\log 4+\log x=2\log x$

التمرين الثاني:(04ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=50$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{7}{10}u_n+6$

1) احسب u_1 و u_2

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n \succ 20$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج تقاربها

3) (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي بـــ $v_n=u_n-20$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن: $u_n=30\left(\frac{7}{10}\right)^n+20$

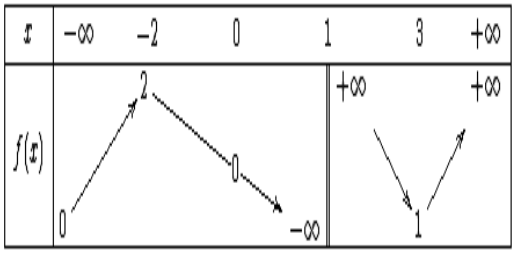
ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) ليكن المجموعين: S_n ، $S_n^{'}$ حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ ، $S_n^{'}=u_0+u_1+...+u_n$

- احسب المجموع S_n ثم بين أن: $S_n^{'}=100\left[1-\left(\frac{7}{10}\right)^n\right]+20(n+1)$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث(04ن)



f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$ يعطى جدول تغيراتها كالاتي:

1) أ- حل في $\mathbb{R}-\{1\}$ المعادلة: $f(x).f'(x)=0$

ب-استنتج إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$

2) F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$

- عين اتجاه تغير الدالة F

3) عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 3

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln(f(x))$

- أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة

التمرين الرابع: (08ن)

I. الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: $g(x)=-x^2+2-3\ln x$.

1. أحسب كلا من $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.2;1.21[$

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-3\ln x}{x}+x-\dfrac{1}{x}+1$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب من $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

5. أحسب $f(1)$ ، $f(2)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ)

6. أ- بين أن الدالة h المعرفة بـ: $h(x)=-\ln x-\dfrac{3}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة H حيث: $H(x)=\dfrac{-3\ln x}{x}-\dfrac{1}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x+1$ ، $x=1$ ، $x=3$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول(04ن)

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل:

1) قيمة العدد $\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\ln 3+\frac{1}{2}\ln 2$ تساوي....

أ) $\ln 3+\ln 2$ ب) $\ln 3$ ج) 0

2) مشتقة الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-x^2\ln x$ هي

أ) $g'(x)=1-2x\ln x-x$ ب) $1-2x\ln x$ ج) $1-2x\ln x+x$

3) الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x)=\frac{\ln x}{x}+1$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل 1 هي الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

أ) $H(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+x-1$ ب) $H(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+x+1$ ج) $H(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2-x+1$

4) حلول المعادلة $e^x+e^{-x}-2=0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=\{1;-2\}$ ب) $S=\{-1;2\}$ ج) $S=\{0\}$

التمرين الثاني:(04 ن)

يمثل الجدول التالي تطور ميزانية التسويق الرقمي (بالمليون دينار) لمؤسسة اقتصادية من سنة 2017 الى سنة2024

السنة	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0.55	0.62	0.69	0.76	0.85	0.94	1.02	1.11

1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i,y_i)$ في معلم متعامد.
(على محور الفواصل $1cm$ تمثل سنة واحدة، على محور التراتيب 1 cm يمثل 100000)

2) عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.

3) بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y=0.08x+0.45$

4) أ) باستعمال التمثيل الخطي السابق قدر الميزانية المتوقعة سنة 2026

ب) ابتداءا من أي سنة تجاوز هذه الميزانية 1.3 مليون دينار

اقلب الصفحة

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_0 = e$ و $v_7 - 8v_4 = 0$

1. أثبت أن أساس المتتالية (v_n) هو $q = 2$ ثم أكتب v_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$
2. أحسب بدلالة n الجداء A_n حيث: $A_n = v_0 \times v_1 \times ... \times v_n$
3. نعتبر (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول.

ب-أكتب عبارة w_n بدلالة n.

ج- أحسب المجموع: $T_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$

التمرين الرابع (08ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = \dfrac{-4}{e^x + 1} - x + 3$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \dfrac{-4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - x + 3$

ب) أحسب من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \dfrac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y = -x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0;1)$

5) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 2$ ثم استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر

6) أنشئ (C_f) و (Δ)

7) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) بين ان الدالة h زوجية

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا2025

الموضوع الأول

التمرين الأول:

5) أ) التحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x :

$(3x-2)(x^2+4x-5)=3x^3+10x^2-23x+10$

$(3x-2)(x^2+4x-5)=3x^3+12x^2-15x-8x+10$

$=3x^3+10x^2-23x+10$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $3x^3+10x^2-23x+10=0$

$3x^3+10x^2-23x+10=0$ تكافئ:

$(3x-2)(x^2+4x-5)=0$ ومنه:

$3x-2=0$ أو $x^2+4x-5=0$

ومنه: $x_1=\frac{2}{3}$ أو $\Delta=36$ ومنه: $x_2=-5$ أو $x_3=1$

إذا: $S=\left\{-5;\frac{2}{3};1\right\}$

6) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين

$3(\ln x)^3+10(\ln x)^2-23(\ln x)+10=0$

نضع: $\ln x=X$ فتصبح المعادلة:

$3X^3+10X^2-23X+10=0$ من السؤال السابق نجد:

أي: $\begin{cases}X=-5\\X=\frac{2}{3}\\X=1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}\ln x=-5\\\ln x=\frac{2}{3}\\\ln x=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=e^{-5}\\x=e^{\frac{2}{3}}\\x=e\end{cases}$

إذا: $S=\left\{e^{-5};e^{\frac{2}{3}};e\right\}$

حل المعادلة: $3e^{2x}+10e^{x}-23+10e^{-x}=0$

لدينا: $3e^{2x}+10e^{x}-23+10e^{-x}=0$

ومنه: $3e^{2x}+10e^{x}-23+\frac{10}{e^x}=0$

ومنه: $\frac{3e^{3x}+10e^{2x}-23e^{x}+10}{e^x}=0$

تكافئ: $3e^{3x}+10e^{2x}-23e^{x}+10=0$

نضع: $e^x=X$ فتصبح المعادلة:

$3X^3+10X^2-23X+10=0$ من السؤال السابق نجد:

أي: $\begin{cases}X=-5\\X=\frac{2}{3}\\X=1\end{cases}$ رفـ و ض ومنه: $\begin{cases}e^x=-5\\e^x=\frac{2}{3}\\e^x=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=\ln\frac{2}{3}\\x=\ln 1=0\end{cases}$

إذا: $S=\left\{\ln\frac{2}{3},0\right\}$

7) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $e^{2x}+4e^{x}-5\geq 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$e^{2x}+4e^{x}-5$		$-$	0	$+$	

ومنه: $S=[0;+\infty[$

8) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\log 4+\log x=2\log x$

لدينا: $\log 4+\log x=2\log x$

ومنه: $\log 4x=\log x^2$ ومنه: $4x=x^2$

ومنه: $x^2-4x=0$ ومنه: $x(x-4)=0$

ومنه: $x=0$ مرفوض أو $x=4$

إذا: $S=\{4\}$

التمرين الثاني:

$u_0=50$ و $u_{n+1}=\frac{7}{10}u_n+6$

5) حساب u_1 و u_2

$u_1=\frac{7}{10}u_0+6=\frac{7}{10}\times 50+6=41$

$u_2=\frac{7}{10}u_1+6=\frac{7}{10}\times 41+6=\frac{347}{10}$

أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\succ 20$

لدينا: $u_0=50$ و $50\succ 20$ إذا الخاصية محققة من اجل $n=0$

نفرض من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n\succ 20$ صحيحة ونثبت صحة

$u_{n+1}\succ 20$

لدينا: $u_n\succ 20$ ومنه: $\frac{7}{10}u_n+6\succ\frac{7}{10}\times 20+6$

إذا: $u_{n+1}\succ 20$ ومنه حسب مبدا الاستدلال بالتراجع

$u_n\succ 20$

Email: mebarki.math32@gmail.com

ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة

ت) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج تقاربها

لدينا: $u_{n+1}-u_n=\frac{7}{10}u_n+6-u_n=\frac{-3}{10}u_n+6$

ولدينا: $u_n \succ 20$ ومنه: $\frac{-3}{10}u_n+6\leq\frac{-3}{10}(20)+6$

ومنه: $u_{n+1}-u_n \prec 0$ إذا (u_n) متناقصة

(u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 20 فهي متقاربة نحو العدد l

2) (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي بـ $v_n=u_n-20$

أ) تبيان أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

لدينا: $v_n=u_n-20$ ومنه: $v_{n+1}=u_{n+1}-20$

ومنه: $v_{n+1}=\frac{7}{10}u_n+6-20$ ومنه $v_{n+1}=\frac{7}{10}(v_n+20)+6-20$

وعليه: $v_{n+1}=\frac{7}{10}v_n$

إذا (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{7}{10}$ وحدها الأول

$v_0=u_0-20=50-20=30$

ب) كتابة v_n بدلالة n ثم تبيان أن: $u_n=30\left(\frac{7}{10}\right)^n+20$

لدينا: $v_n=v_0\times q^n$ ومنه: $v_n=30\left(\frac{7}{10}\right)^n$

ومنه: $u_n=v_n+20$ $u_n=30\left(\frac{7}{10}\right)^n+20$

ج) حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

$$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{x\to+\infty}\left[30\left(\frac{7}{10}\right)^n+20\right]=20$$

4) حساب المجموع $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$

$$S_n=v_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=30\times\frac{1-\left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{7}{10}\right)}$$

$$=30\times\frac{10}{3}\left[1-\left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}\right]=100\times\left[1-\left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}\right]$$

تبيان أن: $S'_n=100\left[1-\left(\frac{7}{10}\right)^n\right]+20(n+1)$

$S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n=v_0+20+v_1+20+\ldots+v_n+20$

ومنه: $S_n=(v_0+v_1+\ldots+v_n)+(20+20+\ldots+20)$

ومنه: $S'_n=S_n+20(n+1)$

إذا: $S_n=100\left[1-\left(\frac{7}{10}\right)^n\right]+2(n+1)$

التمرين الثالث:

5) أ- حل في $\mathbb{R}-\{1\}$ المعادلة: $f(x).f'(x)=0$

$f(x).f'(x)=0$ تكافئ: أو $\begin{cases}f(x)=0\\f'(x)=0\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}x_1=0\\x_2=-2\end{cases}$ ، $x_3=3$

إذا: $S=\{-2;0;3\}$

ت-استنتاج إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

6) F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$

- تعيين اتجاه تغير الدالة F

لدينا: $F'(x)=f(x)$

ومنه: F متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[0;1[$

7) عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 3

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$
$$=f'(3)(x-3)+f(3)$$
$$=1$$

8) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln(f(x))$

-حساب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة

لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}[\ln(f(x))]=-\infty$

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0\\\lim\limits_{x\to0}\ln x=-\infty\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\lim\limits_{x\to 0}[\ln(f(x))]=-\infty$ لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0\\ \lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 1} g(x)=\lim\limits_{x\to 1}[\ln(f(x))]=+\infty$ لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to +\infty}\ln x=+\infty\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}[\ln(f(x))]=+\infty$ لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to +\infty}\ln x=+\infty\end{cases}$

التمرين الرابع:

g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x^2+2-3\ln x$

1) حساب النهايات

$$\lim_{x\to +\infty} g(x)=\lim_{x\to +\infty}\left(-x^2+2-3\ln x\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\left(-x^2+2-3\ln x\right)=+\infty$$

2) دراسة اتجاه تغير الدالة g

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$g(x)=-2x-\frac{3}{x}\prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

3) تبيان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$1.2\prec\alpha\prec 1.21$

الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[1.2;1.21]$ و $g(1.2)=0.1$ ، $g(1.21)=-0.03$ و $g(1.2)\times g(1.21)\prec 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.2\prec\alpha\prec 1.21$

استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

من جدول التغيرات نجد:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{-3\ln x}{x}+x-\frac{1}{x}+1$$

7. حساب من $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\left[\frac{-3\ln x}{x}+x-\frac{1}{x}+1\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{-3\ln x-1}{x}+x+1\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}\left[\frac{-3\ln x}{x}+x-\frac{1}{x}+1\right]=+\infty$$

8. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما:

$$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$$f'(x)=\frac{\frac{-3}{x}\times x-1(-3\ln x)}{x^2}+1+\frac{1}{x^2}$$

$$=\frac{-3+3\ln x}{x^2}+1+\frac{1}{x^2}$$

$$=\frac{-3+3\ln x+x^2+1}{x^2}$$

$$=\frac{-2+3\ln x+x^2}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}$$

9. استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ أي الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

10. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f)

$$\lim_{x\to +\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{-3\ln x}{x}-\frac{1}{x}\right)=0$$

ومنه (C_f) يقبل المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ كمستقيم مقارب مائل عند $+\infty$

Email: mebarki.math32@gmail.com

ب- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

$$f(x)-y=\frac{-3\ln x-1}{x}$$

$f(x)-y=0$ تكافئ: $-3\ln x-1=0$ ومنه: $\ln x=-\frac{1}{3}$

إذا $x=e^{-\frac{1}{3}}$

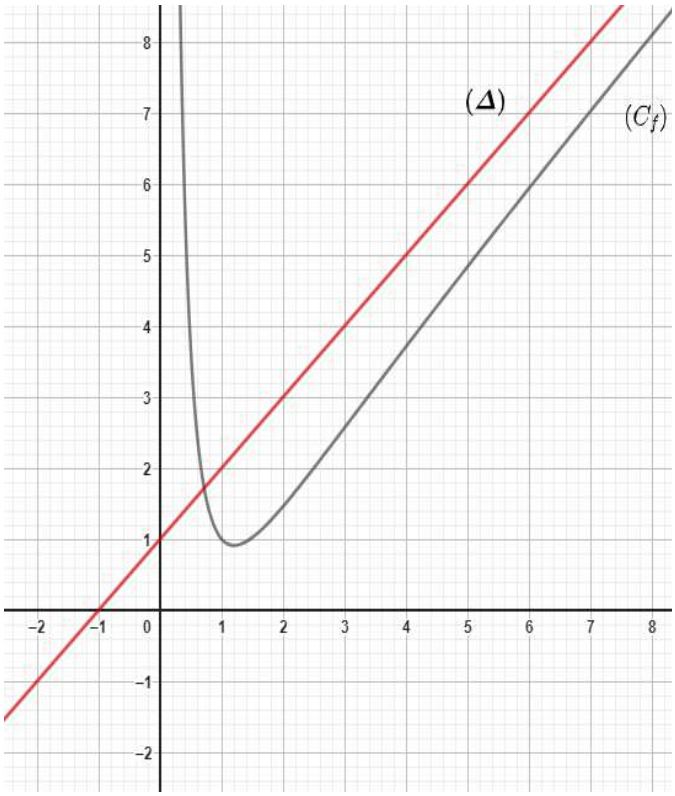
x	$-\infty$	$e^{-\frac{1}{3}}$	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(Δ) فوق (C_f)	تقاطع	(Δ) تحت (C_f)

5) حساب $f(1)$ ، $f(2)$ ثم أنشاء (C_f) و (Δ)

$$f(1)=\frac{-3\ln 1}{1}+1-\frac{1}{1}+1=1$$

$$f(1)=\frac{-3\ln 2}{2}+2-\frac{1}{2}+1=1.46$$

انشاء (C_f) و (Δ)



6)أ- تبيان أن الدالة H المعرفة بـ: $h(x)=-\ln x-\frac{3}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة h حيث: $H(x)=\frac{-3\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

الدالة H قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و :

$$H'(x)=-\frac{1}{x}-\frac{3}{2}\times 2\times\frac{1}{x}\times\ln x$$

$$=-\frac{1}{x}-\frac{3\ln x}{x}=h(x)$$

ومنه H دالة أصلية لـلدالة h

ب- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x+1$ ، $x=1$ ، $x=3$

$$S=\int_1^3[y-f(x)]dx=\int_1^3\left[\frac{3\ln x}{x}+\frac{1}{x}\right]dx$$

$$=\left[\ln x+\frac{3}{2}(\ln x)^2\right]_1^3$$

$$=\ln 3+\frac{3}{2}(\ln 3)^2=2.90$$

بالتوفيق في بكالوريا 2025

Email: mebarki.math32@gmail.com

ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

اختيار الإجابة الصحيحة مع التعليل:

1) الإجابة "ب" لأن:

$$\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\ln 3+\frac{1}{2}\ln 2=\ln\sqrt{2}-\ln 2+\ln 3+\ln\sqrt{2}$$

$$=\ln\sqrt{2}-\ln 2+\ln 3+\ln\sqrt{2}=2\ln\sqrt{2}-\ln 2+\ln 3$$

$$=\ln\sqrt{2}^{2}-\ln 2+\ln 3=\ln 2-\ln 2+\ln 3=\ln 3$$

2) الاختيار "ج" لان:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$$g'(x)=1-(2x\ln x+\frac{1}{x}\times x^{2})=1-2x\ln x+x$$

3) الاختيار "أ" لأن:

الدالة H قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و:

$$H'(x)=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{x}\times(\ln x)+1=\frac{\ln x}{x}+1$$

و: $H(1)=\frac{1}{2}(\ln 1)^{2}+1-1=0$

4) الاختيار "ج" لان:

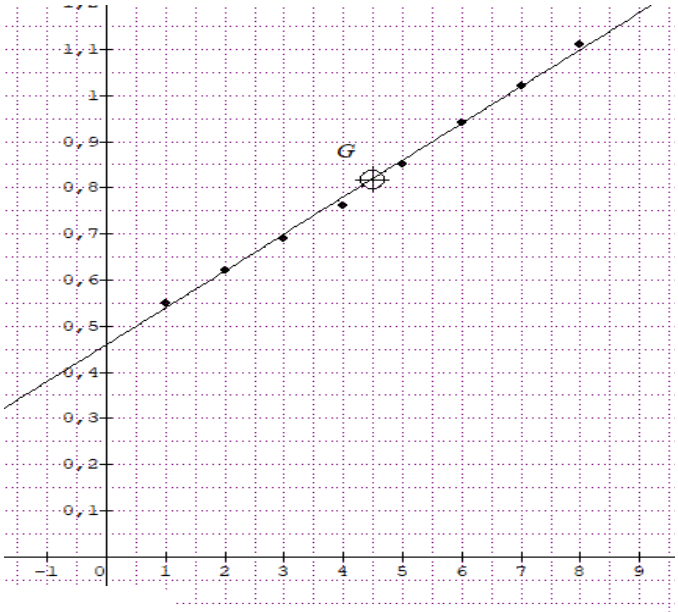
لدينا: $e^{x}+e^{-x}-2=0$ ومنه: $e^{x}+\frac{1}{e^{x}}-2=0$

ومنه: $\frac{e^{2x}-2e^{x}+1}{e^{x}}=0$ تكافئ: $e^{2x}-2e^{x}+1=0$

ومنه: $\Delta=0$ نجد $e^{x}=1$ ومنه: $x=\ln 1=0$ إذا: $S=\{0\}$

التمرين الثاني:

5) تمثيل سحابة النقط



7) تعيين إحداثيتي النقطة المتوسطة G ثم تعليمها.

$$\text{ومنه: } G(4.5;0.81) \quad \begin{cases}\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{8}x_i}{8}=\frac{36}{8}=4.5\\ \bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{8}y_i}{8}=\frac{6.54}{8}=0.81\end{cases}$$

8) تبيان أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y=0.08x+0.45$

$$a=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^{2}}=\frac{\frac{1}{8}(32.81)-4.5\times 0.81}{\frac{1}{8}\times 42}=0.08$$

$$b=\bar{y}-a\bar{x}=0.81-0.08\times 4.5=0.45$$

إذا معادلة مستقيم الانحدار هي: $y=0.08x+0.45$

9) أ) باستعمال التمثيل الخطي السابق قدر الميزانية المتوقعة سنة 2026

رتبة 2026 هي: 10 ومنه: $y=0.08\times 10+0.45=1.25$

إذا الميزانية المتوقعة سنة 2026 هي: 1.25 مليون دينار

ب) ابتداءا من أي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1.3 مليون دينار

$y\succ 1.3$ تعني: $0.08x+0.45\succ 1.3$

ومنه: $x\succ\frac{1.3-0.45}{0.08}$ ومنه: $x\succ 10.62$

إذا تتجاوز هذه الميزانية 1.3 مليون دينار ابتداء من السنة ذات الرتبة 11 أي: 2027

التمرين الثالث:

نعتبر (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_0=e$ و $v_7-8v_4=0$

4. اثبات أن أساس المتتالية (v_n) هو $q=2$

لدينا: $v_7-8v_4=0$

ونعلم أن: $v_n=v_0\times q^{n}=e\times q^{n}$

ومنه: $v_7=e\times q^{7}$ و $v_4=e\times q^{4}$

Email: mebarki.math32@gmail.com

ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة

بالتعويض نجد:

$e\times q^4\left(q^3-8\right)=0$ ومنه: $e\times q^7-8\times e\times q^4=0$

ومنه: $q^3-8=0$ ومنه: $q^3=8$ إذا: $\boxed{q=2}$

كتابة v_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$

$$\boxed{v_n=v_0\times q^n=e\times 2^n}$$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} v_n=\lim_{x\to+\infty} e\times 2^n=+\infty}$$

6) حساب بدلالة n الجداء A_n حيث: $A_n=v_0\times v_1\times\ldots\times v_n$

$$\begin{aligned}A_n&=v_0\times v_1\times\ldots\times v_n\\&=e\times 2^0\times e\times 2^1\times\ldots\times e\times 2^n\\&=e\times e\times\ldots\times e\times 2^{0+1+2+\ldots+n}\\&=e^{n+1}\times 2^{\frac{(n+1)n}{2}}\end{aligned}$$

3) نعتبر (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول.

$$\begin{aligned}w_{n+1}-w_n&=\ln(v_{n+1})-\ln(v_n)\\&=\ln\left(e\times 2^{n+1}\right)-\ln\left(e\times 2^n\right)\\&=\ln e+\ln 2^{n+1}-\ln e-\ln 2^n\\&=1+\ln 2^n+\ln 2-1-\ln 2^n\\&=\ln 2\end{aligned}$$

ومنه (w_n) حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول

$$w_0=\ln(v_0)=\ln e=1$$

ب- كتابة عبارة w_n بدلالة n.

$$\boxed{w_n=w_0+nr=1+n\ln 2}$$

ج- أحسب المجموع: $T_n=w_0+w_1+\ldots+w_n$

$$\begin{aligned}T_n&=\frac{n+1}{2}(w_0+w_n)\\&=\frac{n+1}{2}(1+1+n\ln 2)\\&=\frac{n+1}{2}(2+n\ln 2)\end{aligned}$$

التمرين الرابع:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{-4}{e^x+1}-x+3$

1) أ) تبيان انه من اجل كل عدد حقيقي x:

$$f(x)=\frac{-4e^{-x}}{e^{-x}+1}-x+3$$

$$f(x)=\frac{-4e^{-x}}{e^{-x}+1}-x+3=\frac{e^{-x}(-4)}{e^{-x}\left(e^x+1\right)}-x+3=\frac{-4e^{-x}}{e^{-x}+1}-x+3$$

ب) حساب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-4}{e^x+1}-x+3\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-4}{e^x+1}-x+3\right]=-\infty$$

2) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{-\left(e^x-1\right)^2}{(e^x+1)^2}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و:

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}-1=\frac{4e^x-\left(e^x+1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2}\\&=\frac{4e^x-\left(e^x+1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2}\\&=\frac{4e^x-e^{2x}-2e^x-1}{\left(e^x+1\right)^2}=\frac{-e^{2x}+2e^x-1}{\left(e^x+1\right)^2}\\&=\frac{-(e^{2x}-2e^x+1)}{\left(e^x+1\right)^2}=\frac{-\left(e^x-1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2}\le 0\end{aligned}$$

ت) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$

لدينا: $f'(x)\le 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

جدول تغيراتها.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1 ↘	$-\infty$

ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة

Email: mebarki.math32@gmail.com

3)أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=-x+3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4}{e^x+1}=0$$

ومنه: (Δ) ذي المعادلة: $y=-x+3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

$$f(x)-y=\frac{-4}{e^x+1}\prec 0$$

ومنه: (C_f) تحت المستقيم (Δ) على $\mathbb{R}$

4) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0;1)$

$$\begin{aligned}y&=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)\\&=f'(0)(x-0)+f(0)\\&=1\end{aligned}$$

5)بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(-x)+f(x)=2$

$$\begin{aligned}f(-x)+f(x)&=\frac{-4e^x}{e^x+1}+x+3-\frac{4}{e^x+1}-x+3\\&=\frac{-4e^x-4}{e^x+1}+6\\&=\frac{-4e^x-4+6e^x+6}{e^x+1}\\&=\frac{2e^x+2}{e^x+1}=\frac{2(e^x+1)}{(e^x+1)}=2\end{aligned}$$

استنتاج ان المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر

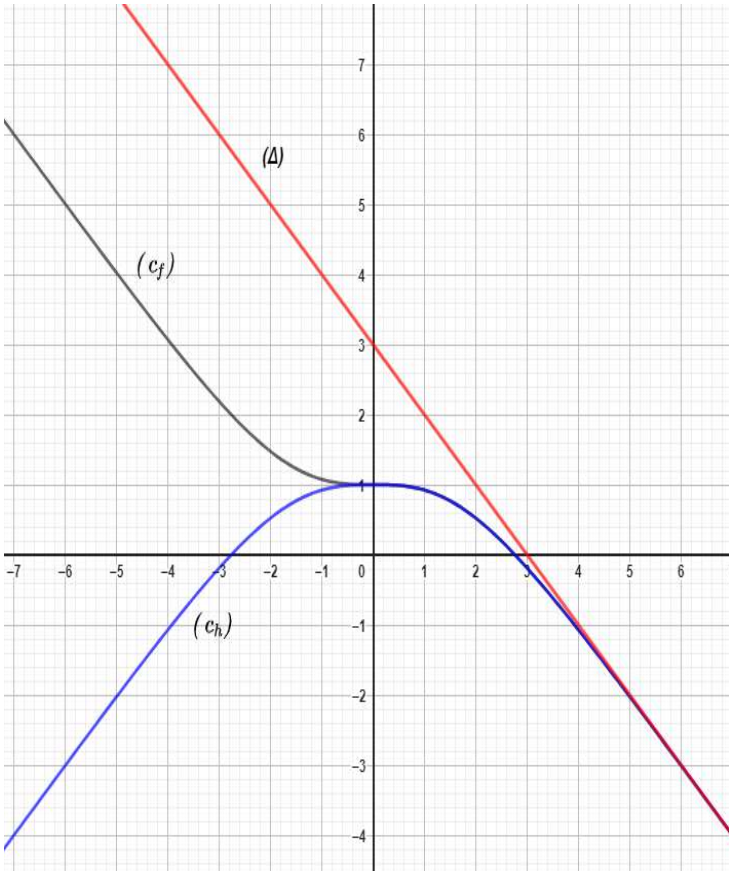
$$\begin{aligned}f(2\alpha-x)+f(x)&=2\beta\\f(-x)+f(x)&=2\end{aligned}$$

بالمطابقة نجد: $2\alpha=0$ ومنه $\alpha=0$

$2\beta=2$ ومنه: $\beta=1$

إذا المنحنى (C_f) يقبل النقطة $(0;1)$ مركز تناظر

6)انشاء (C_f) و (Δ)



7) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$

أ) تبيان ان الدالة h زوجية

لدينا D_h متناظر بالنسبة للصفر و:

$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$ ومنه: h دالة زوجية

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f)، اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

$$\begin{cases}h(x)=f(x) & ,x\geq 0\\ h(x)=f(-x) & ,x\leq 0\end{cases}$$

ومنه: (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x\in[0,+\infty[$

ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لان الدالة h دالة زوجية

بالتوفيق في بكالوريا 2025

Email: mebarki.math32@gmail.com

ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة