الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنـــــــية | **مديـــــــرية التربية لولاية مستغانم**
امتحان البكالوريا التجريبي | **ثانـوية أحمد بومهدي سيدي لخضر**
ثانوية عبد الحميد دار عبيد سيدي علي
الشعبة: تسيير واقتصاد | **دورة: مـــــــــــــاي 2025**
اختبار في مادة: الرياضيات | **المدة: ثلاث ساعـــات**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20نقطة)

التمرين الأول:(04ن)

نعتبر المتتالية (u_n) الهندسية حدودها موجبة حيث: $\ln(u_2)-\ln(u_4)=\ln 4$ و $u_1\times u_5=e^{-6\ln 2}$

1) بين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الاول u_0.

2) اكتب عبارة u_n بدلالة n.

3) احسب المجموع: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=2n-3+\left(\frac{1}{2}\right)^n$

أ) تحقق أن $v_n=w_n+u_n$ حيث w_n متتالية حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب) ليكن المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ ، تحقق أن $S'_n=n^2-2n-\left(\frac{1}{2}\right)^n-1$

التمرين الثاني:(04ن)

يمثل الجدول التالي تطور فيروس كورونا في الجزائر بالآلاف من سنة 2019 الى 2023

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
الرتبة x_i	1	2	3	4	5
عدد المصابين بالآلاف y_i	2.34	2.82	3.45	4.32	5.48

1. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i,y_i)$ ($1cm$ لكل سنة و $1cm$لكل 1000 مصاب)

2. لنضع: $z_i=\ln y_i$ أكمل الجدول التالي (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-2}):

الرتبة x_i	1	2	3	4	5
$z_i=\ln y_i$	.....	.....	.....	.....	.....

أ- أنشئ سحابة النقط $M_i(x_i,z_i)$

ب-أوجد النقطة $G(\bar{x},\bar{z})$ ثم علّمها

ت-بيّن انّ معادلة مستقيم الانحدار معادلته: $z=0.21x+0.62$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه.

ث-أثبت انّ عدد المصابين y يمثل بعلاقة من الشكل $y=ke^{0.21x}$ (يعطى k مدور الى الوحدة)

ج- بفرض أنّ عدد المصابين يتزايد بنفس الوتيرة ما هو عدد المصابين 2025.

التمرين الثالث(04ن)

لتكن الدالة f المعرفة بجدول تغيراتها وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

أجب بصح او خطأ مع تبرير اجابتك:

1. المستقيم ذو المعادلة $y=-1$ مقارب للمنحنى (C_f).
2. المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=5$ في نقطتين.
3. مماس المنحنى (C_f) في النقطة $A(1;4)$ موازي لمحور الفواصل.
4. العدد $\int_{-4}^{-3} f(x)dx$ يمثل مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين $x=-4$ و $x=-3$

التمرين الرابع:(8 ن)

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+2)e^{x-2}-2$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g .
3. أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ،ثم تحقق أن $1.44 \prec \alpha \prec 1.46$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-x^2e^{x-2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-x.g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج-تحقق أن $f(\alpha)=\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
4. أنشئ (T) و المنحنى (C_f)
5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : f(x)=m

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني(20نقطة)

التمرين الأول(04ن):

اختر الإجابة الصحيحة مع تبرير اختيارك في كل حالة:

1) مجموعة حلول المعادلة $\ln(x+1)-2=0$ في $\mathbb{R}$ هـــي:

أ- $S=\{e^2+1\}$ ب- $S=\{e^2-1\}$ ج- $S=\{1-e^{-2}\}$

2) الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=e^{2x+3}$ ، دالتها الاصلية G على $\mathbb{R}$ التي تنعدم من اجل $x=-1$ هي:

أ- $G(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$ ب- $G(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}+\frac{e}{2}$ ج- $G(x)=-\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث: $P(A)=0.7$ ، $P(B)=0.4$ ، $P(A\cap B)=0.2$ قيمة الاحتمال $P(A\cup B)$ هي:

أ- 0.9 ب- 1.1 ج- 0.6

4) يمثل الجدول التالي قانون الاحتمال مرفق بتجربة عشوائية الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو:

القيم x_i	2	4	1
الاحتمال P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

أ- 2 ب- $\frac{3}{2}$ ج- $\sqrt{\frac{3}{2}}$

التمرين الثاني(04ن) :

يمثل الجدول التالي التطور في رأس مال المقاولات بالملايير بين سنوات 2003 و2010 حسب تصريحات مديرية الضرائب:

السنوات	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة xi	0	1	2	3	4	5	6	7
رأس المال بالمليار Yi	10 , 7	13,3	14,9	15,4	17,4	17,1	15,8	17,8

المصدر: المديرية العامة للضرائب (أوت 2011)

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;10)$، ($1cm$ لكل 1 سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 1 مليار على محور التراتيب)
2. احسب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\overline{x};\overline{y})$ ثم علمها.
3. أ- بين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y=0.84x+12.36$

ب-بفرض ان هذا التعديل الخطي يبقى صالح حتى سنة 2023 اوجد قيمة رأس مال هذه المقاولات في هذه السنة 2023

4. اوجد السنة التي سيتضاعف رأس مال هذه المقاولات الابتدائي (يصبح 21,4 مليار).

التمرين الثالث(04ن) :

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

I. عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. نضع: $\alpha=12$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4<u_n\leq 12$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

2) (v_n) متتالية عددية حيث من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-4$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

التمرين الرابع(08ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x-2$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g .
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$
3. أنجز جدول تغيرات الدالة g .
4. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.30\prec\alpha\prec 1.35$
5. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+1-\ln x}{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة $2cm$)

1. أحسب النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$
2. بيّن أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.
3. استنتج اتجاه تغير f ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .
4. أ- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ كمستقيم مقارب مائل عند $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D).

5. أنشئ (C_f) و (D) . نأخذ $f(\alpha)=1.85$.

III. لتكن الدالة G المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $G(x)=\frac{x^3}{3}+x\ln x-3x$.

أ- أحسب $G'(x)$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$ التي تحقق: $G(1)=1$.

بالتوفيق مع تمنيات أساتذ ة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا 2025

تصحيح الاختبار التجريبي الثالثة تسيير

الموضـــــوع الأول

التمرين الأول:

(u_n)متتالية هندسية حدودها موجبة حيث:

$\ln(u_2)-\ln(u_4)=\ln 4$ و $u_1\times u_5=e^{-6\ln 2}$

تبيين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=\frac{1}{e^2}$

لدينا: $\ln(u_2)-\ln(u_4)=\ln 4$

ومنه: $ln\frac{u_2}{u_4}=ln4$ ومنه: $\frac{u_2}{u_4}=4$

ومنه: $\frac{u_2}{u_2\times q^2}=4$ ومنه: $\frac{1}{q^2}=4$

ومنه: $q^2=\frac{1}{4}$

إذا: $q=\frac{1}{2}$; $q=-\frac{1}{2}$(مرفوض)

تعيين حدها الأول u_0.

لدينا: $u_1\times u_5=e^{-6\ln 2}$

ومنه: $u_1\times u_5=2^{-6}$ ومنه: $u_0\times q\times u_0\times q^5=\frac{1}{2^6}$

ومنه: $u_0^2\times q^6=\frac{1}{2^6}$

ومنه: $u_0^2\times\frac{1}{2^6}=\frac{1}{2^6}$ ومنه: $u_0^2=1$

إذا: $\boxed{u_0=1}$ أو $u_0=-1$ (مرفوض)

كتابة عبارة u_n بدلالة n.

ومنه: $u_n=u_0\times q^n$ $\boxed{u_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

) حساب المجموع: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

$$S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$$

$$=u_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)}}{1-\frac{1}{2}}=2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)}\right)=2-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

4) لتكن المتتالية (v_n)المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n

بـ: $v_n=2n-3+\left(\frac{1}{2}\right)^n$

) تحقق أن $v_n=w_n+u_n$ حيث w_n متتالية حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

لدينا : $u_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $v_n=2n-3+\left(\frac{1}{2}\right)^n$ وعليه $v_n=2n-3+u_n$

اذا $v_n=w_n+u_n$ حيث $w_n=2n-3$ متتالية حسابية أساسها $r=2$ و الأول $w_0=-3$

ب) ليكن المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$ ، تحقق أن

$$S'_n=n^2-2n-\left(\frac{1}{2}\right)^n-1$$

لدينا $v_n=w_n+u_n$ وعليه

$$S'_n=w_0+u_0+w_1+u_1\ldots+w_n+u_n$$

$$S'_n=w_0+w_1\ldots+w_n+u_0+u_1\ldots+u_n$$

$$S'_n=\frac{n+1}{2}(w_0+w_n)+S_n$$

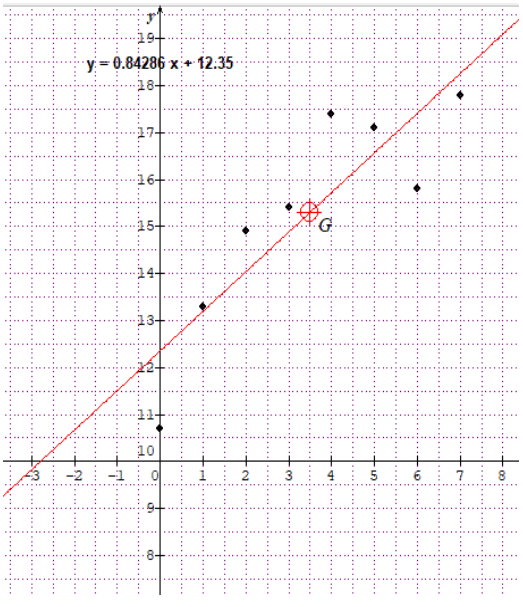
$$S'_n=\frac{n+1}{2}(-3+2n-3)+2-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$S'_n=\frac{n+1}{2}(2n-6)+2-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$S'_n=n^2-2n-\left(\frac{1}{2}\right)^n-1$$

التمرين الثاني(04ن) موضوع 2

1.تمثيل سحابة النقط (0.5 ن)



. . حساب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\bar{x};\bar{y})$ وتعليمها

$$\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{0+1+2+3+4+5+6+7}{8}\\ \bar{y}=\dfrac{10.7+13.3+14.9+15.4+17.4+17.1+15.8+17.8}{8}\end{cases}$$

ومنه: $\begin{cases}\bar{x}=3.5\\ \bar{y}=15.3\end{cases}$ **(ن0.5+ن0.5)** + **(ن0.25)**

أ- تبيين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y=0.84x+12.35$

$$a=\frac{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i\right)-\bar{x}\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\frac{\frac{1}{8}\times 463.8-3.5\times 15.3}{\frac{1}{8}\times 42}=0.8428$$

ومنه: $a\simeq 0.84$ **(ن01)**

$b=\bar{y}-a\bar{x}=15.3-0.8428\times 3.5=12.35$ **(ن0.25)**

إذا: $y=0.84x+12.35$

ب-ايجاد قيمة رأس مال هذه المقاولات في سنة 2023 **(ن0.5)**

رتبة 2023 هي 20 ومنه: $y=0.84\times 20+12.35=29.15$

4.اوجد السنة التي سيتضاعف رأس مال هذه المقاولات الابتدائي (يصبح 21,4 مليار). **(ن0.5)**

$y=21.4$ تكافئ: $0.84x+12.35=21.4$

ومنه: $x=\dfrac{21.4-12.35}{0.84}=10.77\approx 11$

إذا: السنة التي سيتضاعف رأس مال هذه المقاولات الابتدائي هي: 2014

التمرين الثالث:موضوع2

اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير

1. الاختيار "ب"لأن:

$\ln(x+1)-2=0$ تعني: $\ln(x+1)=2$

ومنه: $x+1=e^2$ ومنه: $x=e^2-1$

إذا: $S=\{e^2-1\}$

2. الاختيار "أ" لأن:

الدالة G قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و:

$$G'(x)=\frac{1}{2}\times 2e^{2x+3}-\frac{e}{2}=e^{2x+3}-\frac{e}{2}=g(x)$$

و $G(-1)=\dfrac{1}{2}e-\dfrac{e}{2}=0$

1. الاختيار "أ" لأن:

لدينا: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ومنه: $P(A\cup B)=0.7+0.4-0.2=0.9$

2. الاختيار "ج" لأن:

$$E(x)=2\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}=2$$

$$V(x)=2^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}-\left[E(x)\right]^2$$

$$=\frac{11}{2}-4=\frac{3}{2}$$

إذا: $\sigma(x)=\sqrt{v(x)}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

التمرين الرابع(08ن)

II. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=(x+2)e^{x-2}-2$$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$ لان $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-2$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g .

تعين المشتقة

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا $g'(x)=(x+3)e^{x-2}$

دراسة إشارة $g'(x)$

$g'(x)=0$ تكافئ $(x+3)e^{x-2}=0$ تكافئ $(x+3)=0$

لان $e^{x-2}\neq 0$ ومنه $x=-3$

جدول الإشارة

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

اتجاه التغير :

الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-3;+\infty[$

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-2	↘	$-2-(1/e5)$	↗	$+\infty$

أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ،ثم تحقق أن $1.44 \prec \alpha \prec 1.46$.

الدالة g رتيبة ومستمرة على المجال $]1.44;1.46[$

و $g(1.44) = -0.04$ و $g(1.46) = 0,02$

و $g(1.44) \times g(1.46) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.44 \prec \alpha \prec 1.46$

ب - استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

I. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=x^2-x^2e^{x-2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

6. أ- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x :

$f'(x)=-x.g(x)$.

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f'(x) = 2x - 2xe^{x-2} - x^2e^{x-2}$$

$$= -x[(x+2)e^{x-2} - 2] = -xg(x)$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

دراسة إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

اتجاه تغير الدالة f

الدالة f متزايدة على المجال $]0;\alpha[$

الدالة f متناقصة على كل من المجالين $]-\infty;0]$; $[\alpha;+\infty[$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f(a)$	↘	$-\infty$

ج-تحقق أن $f(\alpha)=\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

$$f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha^2e^{\alpha-2}$$

ولدينا $g(\alpha) = 0$ أي $(\alpha+2)e^{\alpha-2} - 2 = 0$ وعليه

$e^{\alpha-2} = \frac{2}{\alpha+2}$ اذا $f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha^2\frac{2}{\alpha+2}$ أي

$f(\alpha) = \alpha^2\frac{\alpha+2}{\alpha+2} - \alpha^2\frac{2}{\alpha+2}$ أي $f(\alpha) = \frac{\alpha^3+2\alpha^2-2\alpha^2}{\alpha+2}$

ومنه $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$

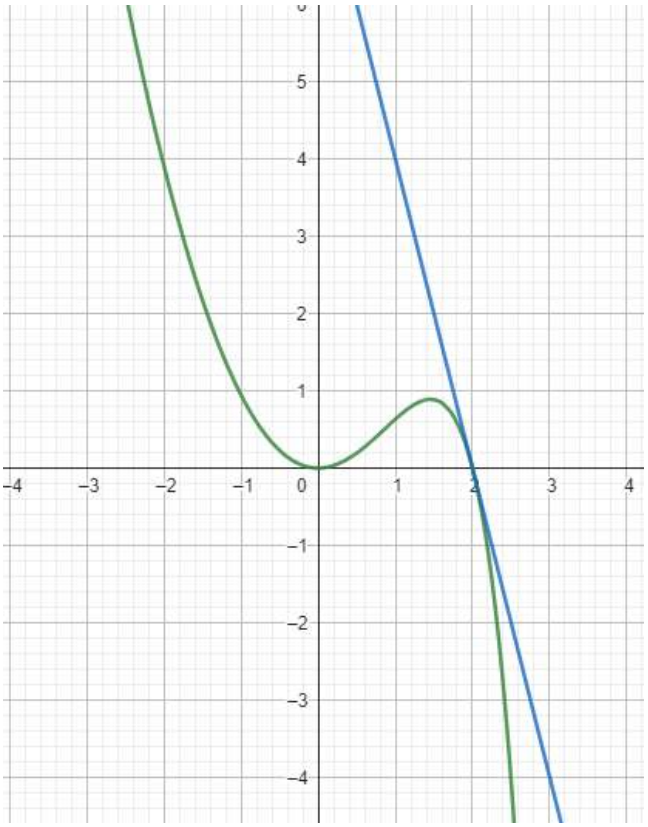
لدينا $1.44 \prec \alpha \prec 1.46$ ومنه $1.22 < f(\alpha) < 1.27$

7. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

$$(T): y = f'(2)(x-2) + f(x)$$

$$(T): y = -4x + 8$$

8. أنشئ (T) و المنحنى (C_f)



ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : f(x)=m

$m \in]-\infty; 0[$ للمعادلة حل وحيد

$m = 0$ $m = f(\alpha)$ للمعادلة حليين

$m \in]0; f(\alpha)[$ للمعادلة ثلاث حلول

$m \in]f(\alpha); +\infty[$ للمعادلة حل وحيد

التمرين الأول(04ن):موضوع 1

الإجابة بصح أو خطأ مع التبرير

1. خ: (0.25ن+0.75ن)

المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب للمنحنى (C_f).

2.ص: (0.25ن+0.75ن)

الدالة f متزايدة على المجال $[1;+\infty[$ وتأخذ قيمها في المجال $[4;+\infty[$ و $5\in[4;+\infty[$

الدالة f متناقصة على المجال $]-1;1[$ وتأخذ قيمها في المجال $[4;+\infty[$ و $5\in[4;+\infty[$

إذا المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=5$ في نقطتين

3.ص: (0.25ن+0.75ن)

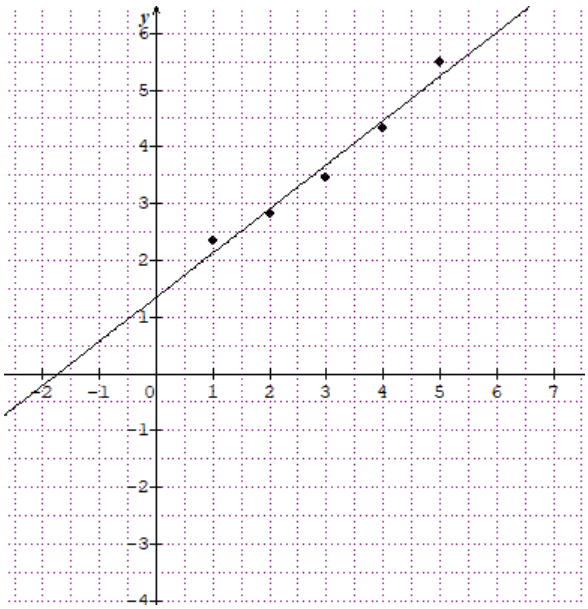
لأن: $f'(1)=0$

4.خ: (0.25ن+0.75ن)

لأن: $f(x)\le 0$ على المجال $[-4;-3]$ إذا: مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين $x=-4$ و $x=-3$ هي العدد $\int_{-4}^{-3}-f(x)dx$

التمرين الثاني(04ن):موضوع 1

1. أ-سحابة النقط (0.5ن)

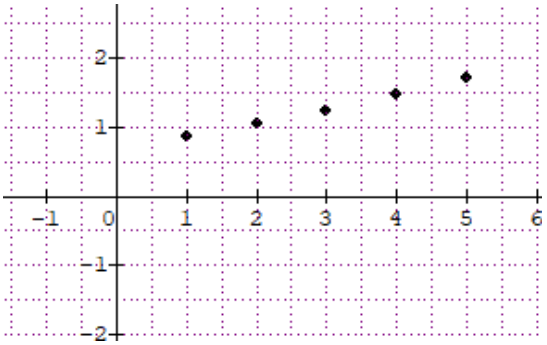


الموضوع الثاني

2.اتمام الجـــدول (0.5ن)

x_i	1	2	3	4	5
$z_i=\ln y_i$	0.85	1.04	1.24	1.46	1.7

أ- انشاء سحابة النقط



ب-إيجاد احداثيي النقطة $G(\bar{x},\bar{z})$

$$\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3\\ \bar{z}=\dfrac{0.85+1.04+1.24+1.46+1.7}{5}=1.25\end{cases}$$

ومنه: $G(3;1.26)$

ت-تبيين ان معادلة مستقيم الانحدار: $z=0.21x+0.62$

$$a=\frac{\frac{1}{N}\sum x_iz_i-\bar{x}.\bar{z}}{\frac{1}{N}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\frac{\frac{1}{5}\times 20.99-3\times 1.25}{\frac{1}{5}\times 10}=0.21$$

$$b=\bar{z}-a\bar{x}=1.25-0.21\times 3=0.62$$

ومنه: $\boxed{z=0.21x+0.62}$

ث-اثبات ان: $y=ke^{0.21x}$

لدينا: $z=0.21x+0.62$ ومنه: $\ln y=0.21x+0.62$

ومنه: $y=e^{0.21x+0.62}$ ومنه: $y=e^{0.62}.e^{0.21x}$

اذا: $y=ke^{0.21x}$ حيث: $k=e^{0.62}\simeq 2$

ج-عدد المصابين سنة 2025

رتبة سنة 2025 هي: 7 ومنه:

$$y=2e^{0.21\times 7}=8.69$$

التمرين الثالث:

$u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

I. تعيين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

(u_n) ثابتة معناه $u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ ومنه:

$\alpha=\frac{1}{4}\alpha+3$ ومنه: $\alpha-\frac{1}{4}\alpha=3$ ومنه: $\frac{3}{4}\alpha=3$

إذا: $\boxed{\alpha=4}$

II. نضع: $\alpha=12$

1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4<u_n\leq 12$.

لدينا: $u_0=12$ و $4<12\leq 12$ ومنه الخاصية صحيحة من اجل $n=0$

نفرض أن الخاصية صحيحة من اجل العدد الطبيعي n أي: $4<u_n\leq 12$ ونثبت صحتها من اجل $(n+1)$ أي: $4<u_{n+1}\leq 12$

لدينا: $4<u_n\leq 12$ ومنه: $4\left(\frac{1}{4}\right)<\frac{1}{4}u_n\leq 12\left(\frac{1}{4}\right)$

ومنه: $1+3<\frac{1}{4}u_n+3\leq 3+3$

ومنه: $4<u_{n+1}\leq 6\leq 12$

إذا الخاصية صحيحة من اجل $(n+1)$ إذا حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع هي صحيحة من اجل n

ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n).

$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{4}u_n+3-u_n=\frac{-3}{4}u_n+3$

لدينا: $4<u_n\leq 12$

ومنه: $4\left(\frac{-3}{4}\right)\succ\frac{-3}{4}u_n\geq 12\left(\frac{-3}{4}\right)$

الاستنتاج:

لدينا (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد4 إذا هي متقاربة نحو العدد l

2) لدينا: $v_n=u_n-4$ أي: $u_n=v_n+4$

أ) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

$v_{n+1}=u_{n+1}-4=\frac{1}{4}(v_n+4)-1=\frac{1}{4}v_n$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول

$v_0=u_0-4=12-4=8$

ب) كتابة عبارتي v_n و u_n بدلالة n

$v_n=v_0\times q^n=8\left(\frac{1}{4}\right)^n$

$u_n=v_n+4=8\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$

استنتاج $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[8\left(\frac{1}{4}\right)^n+4\right]=4$

2) حساب المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n :

$S_n=u_{2024}+u_{2025}+\ldots+u_n$

التمرين الرابع(07ن):

I. g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x-2$

1. دراسة اتجاه تغير الدالة g **(0.75ن)**

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$g(x)=2x+\frac{1}{x}\succ 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

2.حساب النهايات

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+\ln x-2\right)=+\infty$ **(0.25ن)**

$\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\left(x^2+\ln x-2\right)=-\infty$ **(0.25ن)**

.انجاز جدول تغيرات الدالة g **(0.25ن)**

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$	
$g(x)$	$\|$ $-\infty$	↗	$+\infty$

4.تبيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$1.30\prec\alpha\prec 1.35$ **(0.75ن)**

الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[1.30;1.35]$ و

$g(1.30)=-0.04$ ، $g(1.35)=0.12$ و

$g(1.30)\times g(1.35)\prec 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$1.30\prec\alpha\prec 1.35$

.استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$ **(0.5ن)**

من جدول التغيرات نجد:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II.الدالة f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+1-\ln x}{x}$

1.حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ **(2×ن0.25)**

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1-\ln x}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{\succ}0}\left(\frac{x^2+1-\ln x}{x}\right)=+\infty$$

2.تبيين أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ **(ن0. 5)**

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$$f'(x)=\frac{\left(2x-\frac{1}{x}\right)\times x-1\left(x^2+1-\ln x\right)}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-1-x^2-1+\ln x}{x^2}=\frac{x^2-2+\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

3.استنتاج اتجاه تغير الدالة f **(ن0.5)**

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ أي الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f **(ن0. 5)**

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

. أ- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ كمستقيم مقارب مائل عند $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-\ln x}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)=0$$

ومنه (C_f) يقبل المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ كمستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ **(ن0.75)**

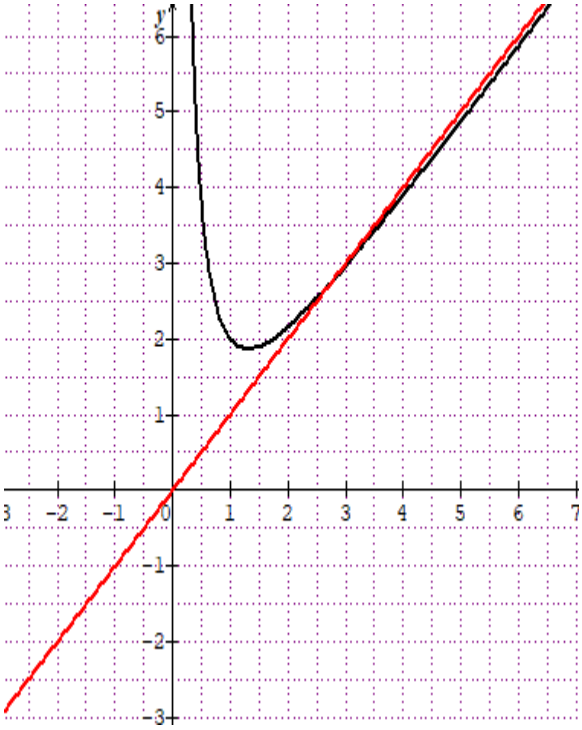
ب- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D). **(ن0. 5)**

$$f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$$

$f(x)-y=0$ تكافئ: $1-\ln x=0$ ومنه: $x=1$

x	0	1	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)

5.أنشئ (C_f) و (D) . نأخذ $f(\alpha)=1.85$. **(ن0.75)**



II. الدالة G معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $G(x)=\frac{x^3}{3}+x\ln x-3x$

أ- حساب $G'(x)$. **(ن0. 5)**

الدالة G قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و:

$$G'(x)=x^2+\ln x+1-3$$

ومنه: $G'(x)=x^2+\ln x-2$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$ التي تحقق: $G(1)=1$ **(ن0. 75)**

$$G(x)=\int_1^x g(t)dt$$

$$G(x)=\int_1^x\left(t^2+\ln t-2\right)dt$$

$$=\left[\frac{1}{3}t^3+t\ln t-2t\right]_1^x$$

$$=\frac{1}{3}x^3+x\ln x-2x-\frac{1}{3}+2$$

إذا:

$$G(x)=\frac{1}{3}x^3+x\ln x-2x+\frac{5}{3}$$

بالتوفيق في بكالوريا 2025