

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول (20ن)

التمرين الأول: (04ن)

(1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $(3x-2)(x^2+4x-5) = 3x^3+10x^2-23x+10$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $3x^3+10x^2-23x+10=0$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $3(\ln x)^3+10(\ln x)^2-23(\ln x)+10=0$

$3e^{2x}+10e^x-23+10e^{-x}=0$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $e^{2x}+4e^x-5 \geq 0$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\log 4 + \log x = 2 \log x$

التمرين الثاني: (04ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بجدها الأول $u_0 = 50$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{7}{10}u_n + 6$

(1) احسب u_1 و u_2

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n > 20$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج تقاربها

(3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $v_n = u_n - 20$

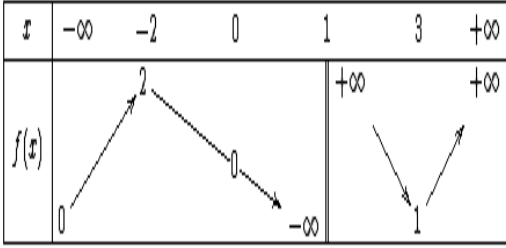
أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن: $u_n = 30\left(\frac{7}{10}\right)^n + 20$

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) ليكن المجموعين: S_n ، S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

- احسب المجموع S_n ثم بين أن: $S'_n = 100\left[1 - \left(\frac{7}{10}\right)^{n+1}\right] + 20(n+1)$



f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{1\}$ يعطى جدول تغيراتها كالآتي:

(1) أ- حل في $\mathbb{R} - \{1\}$ المعادلة: $f(x) \cdot f'(x) = 0$

ب- استنتج إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$

(2) F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R} - \{1\}$

- عين اتجاه تغير الدالة F

(3) عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 3

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln(f(x))$

- أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة

التمرين الرابع: (008)

I. الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = -x^2 + 2 - 3 \ln x$

1. أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.2; 1.21[$

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-3 \ln x}{x} + x - \frac{1}{x} + 1$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

5. أحسب $f(1)$ ، $f(2)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ)

6. أ- بين أن الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = -\ln x - \frac{3}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة H حيث: $H(x) = \frac{-3 \ln x}{x} - \frac{1}{x}$ على

المجال $]0; +\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = 3$ ، $y = x + 1$

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل:

(1) قيمة العدد $\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 2$ تساوي....

أ) $\ln 3 + \ln 2$ ب) $\ln 3$ ج) 0

(2) مشتقة الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x^2 \ln x$ هي

أ) $g'(x) = 1 - 2x \ln x - x$ ب) $1 - 2x \ln x$ ج) $1 - 2x \ln x + x$

(3) الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$ على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل 1 هي الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

أ) $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x - 1$ ب) $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x + 1$ ج) $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x + 1$

(4) حلول المعادلة $e^x + e^{-x} - 2 = 0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S = \{1; -2\}$ ب) $S = \{-1; 2\}$ ج) $S = \{0\}$

التمرين الثاني: (04 ن)

يمثل الجدول التالي تطور ميزانية التسويق الرقمي (بالمليون دينار) لمؤسسة اقتصادية من سنة 2017 الى سنة 2024

السنة	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0.55	0.62	0.69	0.76	0.85	0.94	1.02	1.11

(1) مثل سخابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل 1cm تمثل سنة واحدة، على محور التراتيب 1 cm يمثل 100000)

(2) عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.

(3) بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y = 0.08x + 0.45$

(4) أ) باستعمال التمثيل الخطي السابق قدر الميزانية المتوقعة سنة 2026

ب) ابتداء من أي سنة تجاوز هذه الميزانية 1.3 مليون دينار

نعتبر (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_0 = e$ و $v_7 - 8v_4 = 0$

1. أثبت أن أساس المتتالية (v_n) هو $q=2$ ثم أكتب v_n بدلالة n وأحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$

2. أحسب بدلالة n الجداء A_n حيث: $A_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

3. نعتبر (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها $\ln 2$ وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة w_n بدلالة n .

ج- أحسب المجموع: $T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الرابع (08ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{-4}{e^x + 1} - x + 3$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - x + 3$

ب) أحسب من $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y = -x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0;1)$

(5) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 2$ ثم استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر

(6) أنشئ (C_f) و (Δ)

(7) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ) بين ان الدالة h زوجية

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا 2025