الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربيـــة الوطنية
امتحان بكالوريا التجريبي
الشعبـــة: تسيير واقتصاد

مـــديرية التربية لولاية البيض
ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة
دورة: مـــــاي 2024

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساو30د

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين ويجيب عنه

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول(04ن)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

I. عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. نضع: $\alpha=12$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4<u_n\leq 12$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

2) (v_n) متتالية عددية حيث من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-4$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

3) أحسب المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_{2024}+u_{2025}+...+u_n$

التمرين الثاني:(04ن)

يمثل الجدول التالي النسبة المئوية لاستهلاك مواد التنظيف الطبية بالنسبة للاستهلاك الكلي لمواد التنظيف لمصحة عمومية خلال 06 سنوات

السنة	2017	2018	2019	2020	2021	2022
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
النسبة المئوية للسنة y_i	8.5	9.5	10.7	10.9	11.4	11.8

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;8)$ ، ($1cm$ لكل 1 سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 0.5%)
2. أ- احسب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\overline{x};\overline{y})$ ثم علمها.

ب- بين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y=0.64x+8.23$

3. إذا اعتبرنا النسبة المئوية للاستهلاك في السنوات الموالية لسنة 2022 تتم بنفس الوتيرة التي تمت بها من 2017 الى 2022، فابتداءا من أي سنة تتعدى النسبة المئوية 15%

اقلب الصفحة

التمرين الثالث (04ن)

اختر الإجابة الصحيحة مع تبرير اختيارك في كل حالة:

1) مجموعة حلول المعادلة $\ln(x+1)-2=0$ في $\mathbb{R}$ هـي:

أ- $S=\{e^2+1\}$ ب- $S=\{e^2-1\}$ ج- $S=\{1-e^{-2}\}$

2) الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=e^{2x+3}$ ، دالتها الاصلية G على $\mathbb{R}$ التي تنعدم من اجل $x=-1$ هي:

أ- $G(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$ ب- $G(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}+\frac{e}{2}$ ج- $G(x)=-\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث: $P(A)=0.7$ ، $P(B)=0.4$ ، $P(A\cap B)=0.2$ قيمة الاحتمال $P(A\cup B)$ هي:

أ- 0.9 ب- 1.1 ج- 0.6

4) يمثل الجدول التالي قانون الاحتمال مرفق بتجربة عشوائية الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو:

القيم x_i	2	4	1
الاحتمال P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

أ- 2 ب- $\frac{3}{2}$ ج- $\sqrt{\frac{3}{2}}$

التمرين الرابع (08ن)

I. g دالة عددية معرفة على المجال $D=]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج إشارة الدالة g .

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$.

1. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

جـ - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).

2. أ- بين أنه من أجل كل x ينتمي إلى D: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أثبت أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$.

4. ارسم المنحني (C) والمستقيم (Δ)

5. H دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة: $H(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

أ- بين ان H دالة أصلية للدالة f

ب- أوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x=1, x=e, y=0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول(04ن)

أجب بصح او خطأ مع تبرير اجابتك

1. المعادلة $\ln x^2 = \ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.
2. دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{3x^3+2}{2x^2}$ هي الدالة F المعرفة بـ: $F(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{x}$
3. الدالة $f: x \mapsto \ln(x^2-1)$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$.
4. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}-2x}{3e^x+3}=\frac{1}{3}$

التمرين الثاني(04ن)

يمثل الجدول التالي تطور فيروس كورونا في الجزائر بالآلاف من سنة 2019 الى 2023

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
الرتبة x_i	1	2	3	4	5
عدد المصابين بالآلاف y_i	2.34	2.82	3.45	4.32	5.48

1. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i,y_i)$ ($1cm$ لكل سنة و $1cm$ لكل 1000 مصاب)
2. لنضع: $z_i=\ln y_i$ أكمل الجدول التالي (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-2}):

الرتبة x_i	1	2	3	4	5
$z_i=\ln y_i$	.....	.....	.....	.....	.....

أ- أنشئ سحابة النقط $M_i(x_i,z_i)$

ب-أوجد النقطة $G(\bar{x},\bar{z})$ ثم علّمها

ت-بيّن انّ معادلة مستقيم الانحدار معادلته: $z=0.21x+0.62$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه.

ث-أثبت انّ عدد المصابين y يمثل بعلاقة من الشكل $y=ke^{0.21x}$ (يعطى k مدور الى الوحدة)

ج- بفرض أنّ عدد المصابين يتزايد بنفس الوتيرة ما هو عدد المصابين 2025.

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية (u_n) الهندسية حدودها موجبة حيث: $\ln(u_2)-\ln(u_4)=4$ و $\ln(u_1)+\ln(u_5)=-12$

1) بين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=\frac{1}{e^2}$ ثم عين حدها الاول u_0.

2) اكتب عبارة u_n بدلالة n.

3) احسب المجموع: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها.

ب) احسب المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$

التمرين الرابع (08ن):

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2x+1)e^x-1$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

3. احسب $g(0)$ ،ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\left(e^x-1\right)^2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2. أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ث

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(e^x-1)g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5. أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

7. أ. بيّن أن: $H:x\mapsto 2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$ دالة أصلية للدلة $h:x\mapsto x-f(x)$ على $\mathbb{R}$

ب. احسب $\int_0^{\ln 2} h(x)dx$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا 2024

الموضـــــوع الأول

التمرين الأول:

$u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

I. تعيين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

(u_n) ثابتة معناه $u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ ومنه:

$\alpha=\frac{1}{4}\alpha+3$ ومنه: $\alpha-\frac{1}{4}\alpha=3$ ومنه: $\frac{3}{4}\alpha=3$

إذا: $\boxed{\alpha=4}$

II. نضع: $\alpha=12$

1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$4<u_n\leq 12$.

لدينا: $u_0=12$ و $4<12\leq 12$ ومنه الخاصية صحيحة من اجل

$n=0$

نفرض أن الخاصية صحيحة من اجل العدد الطبيعي n أي:

$4<u_n\leq 12$ ونثبت صحتها من اجل $(n+1)$ أي:

$4<u_{n+1}\leq 12$

لدينا: $4<u_n\leq 12$ ومنه: $4\left(\frac{1}{4}\right)<\frac{1}{4}u_n\leq 12\left(\frac{1}{4}\right)$

ومنه: $1+3<\frac{1}{4}u_n+3\leq 3+3$

ومنه: $4<u_{n+1}\leq 6\leq 12$

إذا الخاصية صحيحة من اجل $(n+1)$ إذا حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع هي صحيحة من اجل n

ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n).

$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{4}u_n+3-u_n=\frac{-3}{4}u_n+3$

لدينا: $4<u_n\leq 12$

ومنه: $4\left(\frac{-3}{4}\right)\succ\frac{-3}{4}u_n\geq 12\left(\frac{-3}{4}\right)$

ومنه: $0\succ\frac{-3}{4}u_n+3\geq -6$ إذا: $u_{n+1}-u_n\prec 0$

ومنه: (u_n) متناقصة

الاستنتاج:

لدينا (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد4 إذا هي متقاربة نحو العدد l

2) لدينا: $v_n=u_n-4$ أي: $u_n=v_n+4$

أ) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

$v_{n+1}=u_{n+1}-4=\frac{1}{4}(v_n+4)-1=\frac{1}{4}v_n$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول

$v_0=u_0-4=12-4=8$

ب) كتابة عبارتي v_n و u_n بدلالة n

$v_n=v_0\times q^n=8\left(\frac{1}{4}\right)^n$

$u_n=v_n+4=8\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$

استنتاج $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[8\left(\frac{1}{4}\right)^n+4\right]=4$

2) حساب المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n :

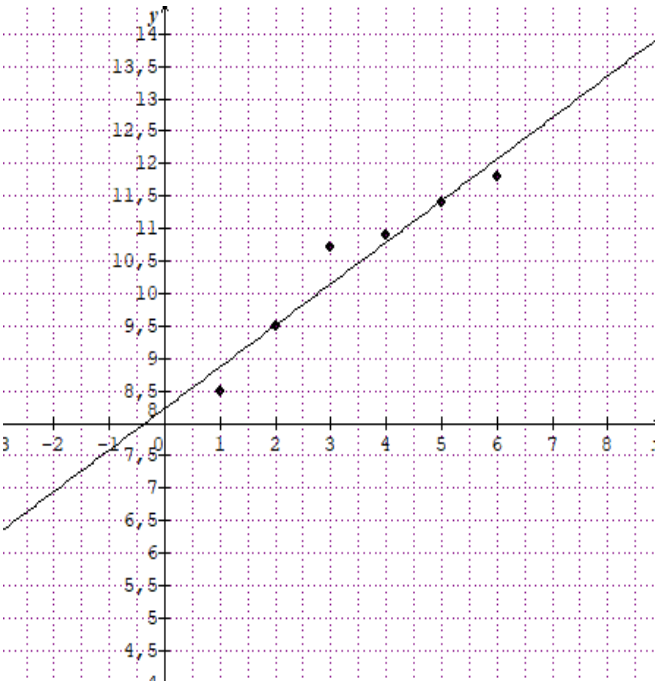
$S_n=u_{2024}+u_{2025}+\ldots+u_n$

$$\begin{aligned}S_n&=u_{2024}+u_{2025}+\ldots+u_n\\&=v_{2024}+4+v_{2025}+4+\ldots+v_n+4\\&=(v_{2024}+v_{2025}+\ldots+v_n)+(4+4+\ldots+4)\\&=v_{2024}\times\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2023}}{1-\frac{1}{4}}+4(n-2023)\\&=8\times\left(\frac{1}{4}\right)^{2024}\times\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2023}\right]+4(n-2023)\end{aligned}$$

mebarki.math32@gmail.com

التمرين الثاني:

1. تمثيل سحابة النقط



2. أ- احسب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\bar{x};\bar{y})$ ثم علمها.

$$\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5\\ \bar{y}=\dfrac{8.5+9.5+10.7+10.9+11.4+11.8}{6}=10.47\end{cases}$$

ومنه: $G(3.5;10.47)$

ب-بين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:

$y=0.64x+8.23$

$$a=\frac{\frac{1}{N}\sum x_i y_i-\bar{x}.\bar{y}}{\frac{1}{N}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\frac{\frac{1}{6}\times 231-3.5\times 10.47}{\frac{1}{6}\times 17.5}=0.64$$

$$b=\bar{y}-a\bar{x}=10.47-0.64\times 3.5=8.23$$

ومنه: $\boxed{y=0.64x+8.23}$

3. السنة التي تتعدى النسبة المئوية 15%

$y\succ 15$ معناه: $0.64x+8.23\succ 15$

ومنه: $x\succ\dfrac{15-8.23}{0.64}$ ومنه: $x\succ 10.57$

إذا: $x=11$ وبالتالي رتبة السنة التي تتعدى النسبة المئوية 15% هي 11 أي سنة 2027

التمرين الثالث:

اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير

1. الاختيار "ب"لأن:

$\ln(x+1)-2=0$ تعني: $\ln(x+1)=2$

ومنه: $x+1=e^2$ ومنه: $x=e^2-1$

إذا: $S=\{e^2-1\}$

2. الاختيار "أ" لأن:

الدالة G قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و:

$$G'(x)=\frac{1}{2}\times 2e^{2x+3}-\frac{e}{2}=e^{2x+3}-\frac{e}{2}=g(x)$$

و $G(-1)=\dfrac{1}{2}e-\dfrac{e}{2}=0$

3. الاختيار "أ" لأن:

لدينا: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ومنه: $P(A\cup B)=0.7+0.4-0.2=0.9$

4. الاختيار "ج" لأن:

$$E(x)=2\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}=2$$

$$V(x)=2^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}-[E(x)]^2$$

$$=\frac{11}{2}-4=\frac{3}{2}$$

إذا: $\sigma(x)=\sqrt{v(x)}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

التمرين الرابع:

الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$

1. حسب نهايتي الدالة g

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(1+\frac{1}{x^2}-\frac{\ln x}{x^2}\right)\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{\succ}0}g(x)=\lim_{x\xrightarrow{\succ}0}\left(x^2+1-\ln x\right)=+\infty$$

دراسة اتجاه تغير الدالة g

الدالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$:

$$g'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$$

$g'(x)=0$ تكافئ: $2x^2-1=0$ ومنه:

$x^2=\dfrac{1}{2}$ ومنه: $x_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x_2=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$ (مرفوض)

إشارة $g'(x)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

ومنه: الدالة g متزايدة على المجال $\left[\frac{1}{\sqrt{2}};+\infty\right[$

ومتناقصة على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

جدول تغيرات الدالة g:

x	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{3+\ln 2}{2}$	↗	$+\infty$

استنتاج اشارة $g(x)$

الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى عند $\frac{1}{\sqrt{2}}$ أي:

$g(x)\geq g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ومنه: $g(x)\geq\frac{3+\ln 2}{2}\succ 0$

إذا:

x	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	

$f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln x}{x}$ ، $D_f=]0;+\infty[$

1. حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}f(x)=-\infty$

تفسير النتيجة هندسيا عند0:

المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته $x=0$

2. تبيين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C_f)

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

$f(x)-y=\frac{\ln x}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	

إذا: لما: $(C_f):x\in]0,1[$ تحت (Δ)

لما: $(C_f):x=1$ يقطع (Δ)

لما: $(C_f):x\in]1,+\infty[$ فوق (Δ)

2.أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$

فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x)=1+\frac{\frac{1}{x}\times x-1\times\ln x}{x^2}=1+\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{x^2+1-\ln x}{x^2}$$

$$=\frac{g(x)}{x^2}$$

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه: الدالة f متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

3.اثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$

الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $\left[\frac{1}{2};1\right]$

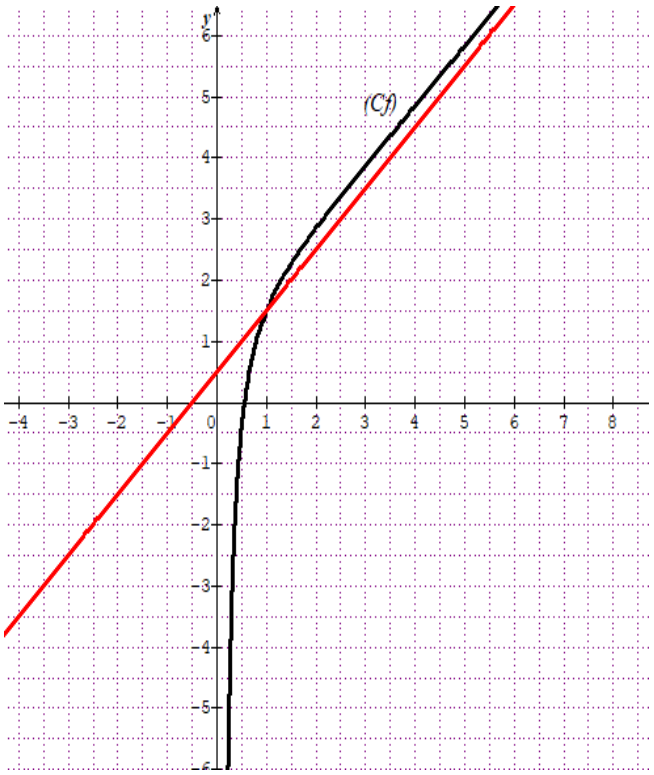
و $f\left(\frac{1}{2}\right)=-0.39$ و $f(1)=1.5$

أي: $f\left(\frac{1}{2}\right)\times f(1)\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$

تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,5\prec\alpha\prec 1$

4.رسم المنحنى (C) والمستقيمين (Δ)



5.أ- تبيين أن: H دالة أصلية للدلة h على $]0,+\infty[$

$$H(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$$

$$H'(x)=\frac{1}{2}\times 2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{x}\ln x$$

$$=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln x}{x}$$

$$=h(x)$$

ومنه: H دالة أصلية للدلة f على $]0,+\infty[$

ب- مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x=1, x=e, y=0$

$$S=\int_1^e f(x)dx\times 2\times 2=\left[\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^e\times 4$$

$$=\left(\frac{e^2}{2}+\frac{e}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)\times 4$$

$$=2\left(e^2+e-1\right)cm^2$$

أي خطأ نبهونا لتصحيحه عبر الايميل

mebarki.math32@gmail.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

الإجابة بصح او خطا مع التبرير:

1. ص لأن: $\ln x^2 = \ln(3x+4)$ ومنه:

$x^2 - 3x - 4 = 0$ ومنه: $x^2 = 3x+4$

ومنه: $\Delta = 9 - 4\times 1\times(-4) = 25$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{3+5}{2} = 4 \\ x_2 = \dfrac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

2. خ لأن:

الدالة F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و:

$$F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{x}$$

$$F'(x) = \frac{3}{4}\times 2x - \frac{1}{x^2} = \frac{3}{2}x - \frac{1}{x^2} = \frac{3x^3-2}{2x^2} \neq f(x)$$

3. خ لأن:

$f(x) = \ln(x^2-1)$ ، $D =]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]1,+\infty[$ و:

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2-1}$$

$f'(x) = 0$ تكافئ: $2x = 0$ ومنه: $x = 0$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	‖	‖	$+$

ومنه: الدالة f متزايدة على المجال $]1,+\infty[$

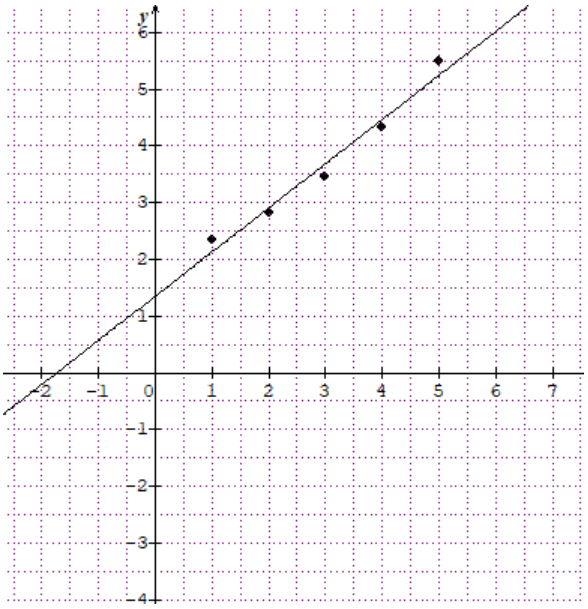
4. خ لأن:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}-2x}{3e^x+3} = \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(e^x - 2xe^{-x}\right)}{e^x\left(3+3e^{-x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x - 2xe^{-x}}{3+3e^{-x}} = +\infty$$

التمرين الثاني:

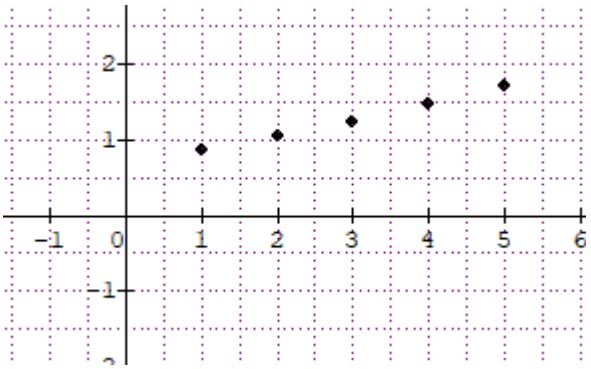
1. تمثيل سحابة النقط



2. اكمال الجدول

x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$	0.85	1.04	1.24	1.46	1.7

أ- انشاء سحابة النقط



ب-إيجاد احداثيي النقطة $G(\bar{x},\bar{z})$

$$\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \\ \bar{z} = \dfrac{0.85+1.04+1.24+1.46+1.7}{5} = 1.25 \end{cases}$$

ومنه: $G(3;1.26)$

ت-تبيين ان معادلة مستقيم الانحدار: $z = 0.21x + 0.62$

$$a = \frac{\frac{1}{N}\sum x_i z_i - \bar{x}.\bar{z}}{\frac{1}{N}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2} = \frac{\frac{1}{5}\times 20.99 - 3\times 1.25}{\frac{1}{5}\times 10} = 0.21$$

$b=\bar{z}-a\bar{x}=1.25-0.21\times 3=0.62$

ومنه: $\boxed{z=0.21x+0.62}$

ث-اثبات ان: $y=ke^{0.21x}$

لدينا: $z=0.21x+0.62$ ومنه: $\ln y=0.21x+0.62$

ومنه: $y=e^{0.21x+0.62}$ ومنه: $y=e^{0.62}.e^{0.21x}$

اذا: $y=ke^{0.21x}$ حيث: $k=e^{0.62}\simeq 2$

ج-عدد المصابين سنة 2025

رتبة سنة 2025 هي: 7 ومنه:

$y=2e^{0.21\times 7}=8.69$

التمرين الثالث:

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث:

$\ln(u_2)-\ln(u_4)=4$ و $\ln(u_1)+\ln(u_5)=-12$

1) تبيين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=\frac{1}{e^2}$

لدينا: $\ln(u_2)-\ln(u_4)=4$

ومنه: $\ln\left(\frac{u_2}{u_4}\right)=4$ ومنه: $\frac{u_2}{u_4}=e^4$

ومنه: $\frac{u_2}{u_2\times q^2}=e^4$ ومنه: $\frac{1}{q^2}=e^4$

ومنه: $q^2=\frac{1}{e^4}$

إذا: $\boxed{q=\frac{1}{e^2}}$ ، $q=\frac{-1}{e^2}$ (مرفوض)

تعيين حدها الأول u_0.

لدينا: $\ln(u_1)+\ln(u_5)=-12$

ومنه: $\ln(u_1\times u_5)=-12$ ومنه: $u_1\times u_5=e^{-12}$

ومنه: $u_0\times q\times u_0\times q^5=e^{-12}$ ومنه: $u_0^2\times q^6=e^{-12}$

ومنه: $u_0^2\times\frac{1}{e^{12}}=e^{-12}$ ومنه: $u_0^2=1$

إذا: $\boxed{u_0=1}$ أو $u_0=-1$ (مرفوض)

2) كتابة عبارة u_n بدلالة n.

ومنه: $u_n=u_0\times q^n$ $\boxed{u_n=\left(\frac{1}{e^2}\right)^n}$

3) حساب المجموع: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

$$S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$$
$$=u_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{1-e^{-2(n+1)}}{1-e}$$

4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$v_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$$

أ) تبيين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

$$v_{n+1}-v_n=\ln u_{n+1}+\ln u_{n+2}-\ln u_n-\ln u_{n+1}$$
$$=\ln u_{n+1}-\ln u_{n+1}+\ln u_{n+2}-\ln u_n$$
$$=\ln\frac{u_{n+1}}{u_{n+1}}+\ln\frac{u_{n+2}}{u_n}$$
$$=\ln\frac{u_n\times q^2}{u_n}=\ln q^2=\ln e^{-4}=-4$$

ب) حساب المجموع S'_n حيث: $S'_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$

$$S'_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$$
$$=(n+1)\frac{v_0+v_n}{2}=(n+1)\frac{-2-2-4n}{2}$$
$$=(n+1)(-2-2n)$$

التمرين الرابع:

I. $g(x)=(2x+1)e^x-1$ ، $D_g=\mathbb{R}$

1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(2x+1)e^x-1=\lim_{x\to-\infty}2xe^x+e^x-1=-1$$
$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x+1)e^x-1=+\infty$$

حساب المشتقة:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x)=2e^x+(2x+1)e^x=(2x+3)e^x$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x+3)$

$2x+3=0$ تكافئ: $x=-\frac{3}{2}$

ومنه جدول تغيرات الدالة g هو:

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	↘	$g(-3/2)$	↗	$+\infty$

2. احسب $g(0)$ ،ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$$g(x)=(2\times 0+1)e^{0}-1=0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II. $f(x)=x\left(e^{x}-1\right)^{2}$ ، $D_f=\mathbb{R}$

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x\left(e^{x}-1\right)^{2}=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\left(e^{x}-1\right)^{2}=+\infty$$

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

$[f(x)-y]=\left[xe^{x}(e^{x}-2)\right]=0$ تكافئ:

أو $\begin{cases}xe^{x}=0\\e^{x}-2=0\end{cases}$ ومنه: أو $\begin{cases}x=0\\e^{x}=2\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x=0\\x=\ln 2\end{cases}$

x	$-\infty$		0		$ln2$		$+\infty$
xe^{x}		$-$	0	$+$			
$e^{x}-2$		$-$			0	$+$	
$f(x)-y$	$+$		0	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		تقاطع	(C_f) تحت (Δ)	تقاطع		(C_f) فوق (Δ)

3أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=\left(e^{x}-1\right)g(x)$$

$$f'(x)=\left(e^{x}-1\right)^{2}+2xe^{x}\left(e^{x}-1\right)$$

$$=\left(e^{x}-1\right)\left(e^{x}-1+2xe^{x}\right)$$

ومنه: $f'(x)=(e^{x}-1)(e^{x}(1+2x)-1)=(e^{x}-1)g(x)$

ب. إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$
$e^{x}-1$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

جدول تغيرات الدالة f

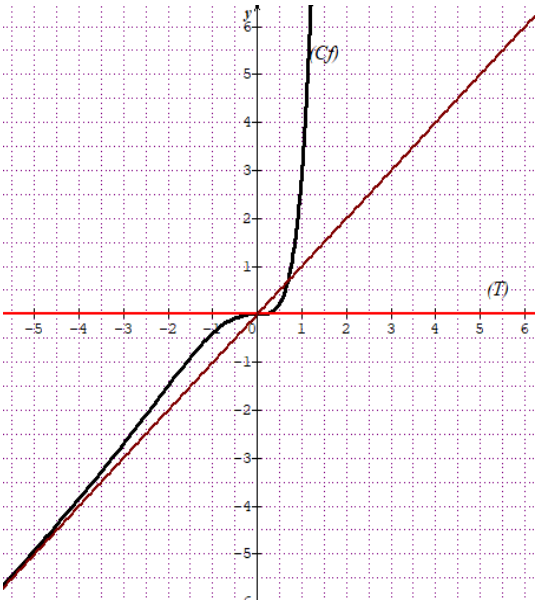
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

لدينا: $(T):y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$y=0$

5.التمثيل البياني لـ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)



6. المناقشة البيانية

حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m=m$ إذا:

المعادلة $m\in]-\infty;+\infty[$ تقبل حل واحد

7أ. تبيين أن: H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$

لدينا: $H(x)=2(x-1)e^{x}+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$

ومنه: $H'(x)=2e^{x}(x-1)+2e^{x}+\frac{1}{4}\times 2e^{2x}(1-2x)-2\times\frac{1}{4}e^{2x}$

ومنه: $H'(x)=2xe^{x}-xe^{2x}=x\left(e^{x}-e^{2x}\right)=x-f(x)$

ب. حساب $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$

$$\int_0^{\ln 2}h(x)dx=\int_0^{\ln 2}[x-f(x)]dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}e^{2x}(1-2x)+2e^{x}(x-1)\right]_0^{\ln 2}=\ln 4-\frac{5}{4}$$

تفسير النتيجة هندسيا

قيمة $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=x$ و $x=0$ و $x=\ln 2$

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق في بكالوريا 2024