الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

المؤسسة : ثانوية أحمد زبانة * زهانة * — **دورة: ماي 2024**

الشعبة : تسيير و اقتصاد — **المدة: ساعتين ونصف**

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل

	أ	ب	ج
$\int_1^2 \left(x - \frac{2}{x+1}\right)dx$ يساوي	$\frac{3}{2} - 2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$	$\frac{2}{3} - 2\ln\left(\frac{2}{3}\right)$	$\frac{2}{3} - 2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$
حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في $\square$ هو:	$e^2 + 1$	$e^2 - 1$	$1 - e^{-2}$
العبارة $2\ln x - \ln(x-1)$ تساوي:	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln\left[2x(x-1)\right]$
حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ يساوي	$\ln 2$ أو 0	$-\ln 2$ أو 0	2 أو 1

التمرين الثاني : (4 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012 :

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000
$z_i = \ln y_i$							

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ في معلم آخر مبدؤه $O'(0;9)$. وبوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور التراتيب .

2) جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$ (تدوّر النتيجة إلى 10^{-2})

3) أ) بيّن أنّ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي : $z = 0,44x + 9,51$.

ب) تحقق أنّ : $y = k\,e^{0,44x}$ ، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه .

4) بفرض أنّ عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة ، قدر عددهم سنة 2024

التمرين الثالث : (4 نقاط)

لاحظ رئيس مركز رياضي أنه في كل سنة، المركز يحتفظ بـ 75 % من أعضاءه و يستقبل 800 عضوا جديدا في سنة. 2005، أحصى هذا المركز الرياضي 1600 عضوا.نرمز بـ U_n إلى عدد الأعضاء في المركز في سنة $n+2005$

1. تحقق من أن: $U_1 = 2000$ ثم أحسب U_2.

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن : $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$.

3. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $V_n = 3200 - U_n$

أ) بين أن المتتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n .

4. احسب مجموع أعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 إلى سنة 2020

التمرين الرابع (8 نقاط):

I. f دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا

2. **أ)** تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f

3. أثبت أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α تحقق: $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

4. أحسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثمّ أنشئ المنحنى (C).

II. F دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة: $F(x) = x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

1. بيّن أن F دالة أصلية للدالة f على $]0,+\infty[$

2. أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $(y=0)$ ، $(x=1)$ و $(x=e)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

	أ	ب	ج
$\int_1^2 (e^{2x-1})dx$ يساوي	$\frac{1}{2}e^3-\frac{1}{2}e$	$\frac{1}{2}e-\frac{1}{2}e^3$	$\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}e^3$
حل المعادلة $e^{x+1}=1$ في $\mathbb{R}$ هو:	1	-1	e
العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ تساوي:	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln[2x(x-1)]$
حلول المعادلة $(\ln x)^2-3\ln x+2=0$ يساوي	e^2 أو e	$-e^2$ أو e	$-e^2$ أو $-e$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

تقوم شركة الكترونيات بصنع هواتف ذكية، قامت هذه الشركة بصنع جيل جديد وقبل الطرح النهائي في السوق قامت باجراء إختبار، وهذا بطرح 8 نماذج من هذا المنتوج وهذا حسب المادة المستخدمة في الصناعة والخصائص التقنية، ودونت النتائج في الجدول التالي:

سعر البيع بالأورو x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
عدد المشترين y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب).

2) اوجد إحداثيات النقطة المتوسطة G لهذه السحابة وعلمها (تدوّر النتيجة إلى 10^{-2}) .

3) اوجد معادلة لمستقيم الانحدار $y=ax+b$ بالمربعات الدنيا للسلسلة $M_i(x_i;y_i)$.

4) جد تقديرا لعدد المشترين إذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو 500 €.

5) ما هو ثمن البيع حتى يكون عدد المشترين المتوقع هو 300.

التمرين الثالث : (4 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول U_0 وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n-1$, $(n\in\mathbb{N})$

1- عين قيمة U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة .

2- نفرض $U_0=6$:

أ- أحسب U_1 و U_2 .

ب- (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = \alpha U_n - 2$, حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$.

- عين قيمة العدد α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$.

ج- نضع : $\alpha = -1$ و $q = \frac{1}{2}$

- عبر بدلالة n عن كل من V_n و U_n .
- احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ ثم استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

د- أحسب بدلال n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$

التمرين الرابع : (8 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ما ذا يمثل هذا الحل هندسيا ؟

2) **أ-** ادرس نهاية f عند $-\infty$. فسر النتيجة بيانيا ؟

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

ج- استنتج نهاية f عند $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا ؟

3) احسب $f'(x)$ وادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = f(x) - (x + 1)$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$

ب- ادرس اتجاه تغير g ، احسب $g(0)$ وادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ت- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

6) ارسم (T) و (C_f)

بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله

تصحيح (الموضوع الأول) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

تنقيط

حل التمرين الاول اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

1.
$$\int_1^2\left(x-\frac{2}{x+1}\right)dx=\left[\frac{1}{2}x^2-2\ln(x+1)\right]_1^2$$
$$=\frac{1}{2}(2)^2-2\ln(2+1)-\left[\frac{1}{2}(1)^2-2\ln(1+1)\right]$$
$$=\frac{1}{2}\times 4-2\ln(3)-\left[\frac{1}{2}-2\ln(2)\right]$$
$$=2-2\ln(3)-\frac{1}{2}+2\ln(2)=\frac{3}{2}-2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

الإجابة (أ)

2. حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ **في** $\mathbb{R}$ **هي**

لدينا $\ln(x+1)=2$ معناه $e^{\ln(x+1)}=e^2$

و منه $x+1=e^2$ ومنه $x=e^2-1$ **الإجابة (ب)**

3. العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ **تساوي**

لدينا $2\ln x-\ln(x-1)=\ln x^2-\ln(x-1)$

ومنه $=\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ **الإجابة (أ)**

4. حلول المعادلة $e^{2x}-3e^x+2=0$ **في** $\mathbb{R}$ **تساوي**

نضع $X=e^x\succ 0$ تصبح المعادلة $X^2-3X+2=0$

بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1=1$ او $X_2=2$

من اجل $X_1=1$ ومنه $e^{x_1}=1$

ومنه $\ln e^{x_1}=\ln 1$ ومنه $x_1=0$

من اجل $X_2=2$ ومنه $e^{x_2}=2$

ومنه $\ln e^{x_2}=\ln 2$ ومنه $x_2=\ln 2$

وبالتالي $S=\{0;\ln 2\}$ **الإجابة (أ)**

حل التمرين الثاني

1. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$ **في معلم**

تنقيط

مبدؤه $O'(0;9)$ وبوحدة **1cm** لكل سنة على محور الفواصل و **5cm** لكل وحدة على محور التراتيب

x_i	y_i	$z_i=\ln y_i$	$x_i\times z_i$	$x_i-\overline{X}$	$(x_i-\overline{X})^2$
1		9.97	9.97	-3	9
2		10.39	20.78	-2	4
3		10.79	32.37	-1	1
4		11.23	44.92	0	0
5		11.71	58.55	1	1
6		12.24	73.44	2	4
7		12.54	87.78	3	9
28		78.87	327.81		28

2. جد إحداثيتي G **النقطة المتوسطة لسحابة النقط** $M_i(x_i;z_i)$

$\overline{X}=4$ ومنه $\overline{X}=\frac{28}{7}$ ومنه $\overline{X}=\frac{1+2+3+4+5+6+7}{7}$

$$\overline{Z}=\frac{9.97+10.39+10.79+11.23+11.71+12.24+12.54}{7}$$

$\overline{Z}=11.27$ ومنه $\overline{Z}=\frac{78.87}{7}$

وبالتالي $G(4;11.27)$

3. بيّن أنّ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ **هي :** $z=0,44x+9,51$

حساب a

$$a=\frac{\frac{327.81}{7}-(4\times 11.27)}{\frac{28}{7}}$$

ومنه $a=0.4375$ ومنه $a\approx 0.44$

حساب b

لدينا $b=\overline{Z}-a\overline{X}$ ومنه $b=11.27-0.44\times 4$

ومنه $b=9.51$ و بالتالي $z=0.44x+9.51$

4. تحقق أنّ : $y=k\,e^{0,44x}$ **حيث** k **عدد حقيقي يطلب تعيينه**

لدينا $z=0.44x+9.51$ ومنه $\ln y=0.44x+9.51$

تنقيط

ومنه $e^{\ln y} = e^{0.44x+9.51}$ ومنه $y = e^{0.44x} \times e^{9.51}$

ومنه $k = e^{9.51}$

3.عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة قدر عددهم سنة 2024 .

رتبة سنة **2024** هي **19** ومنه $y = e^{0.44\times 19} \times e^{9.51}$

ومنه $y = 57655719$

حل التمرين الثالث

1. التحقق أن $U_1 = 2000$

$U_1 = \frac{75}{100} \times U_0 + 800$ ومنه $U_1 = 0.75 \times 1600 + 800$

و منه $U_1 = 2000$

حساب U_2

$U_2 = 0.75 \times U_1 + 800$ ومنه $U_2 = 0.75 \times 2000 + 800$

ومنه $U_2 = 2300$

2. إثبات أن $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$

$U_1 = \frac{75}{100} \times U_0 + 800$ ومنه $U_1 = \frac{3}{4} \times U_0 + 800$

و $U_2 = \frac{3}{4} \times U_1 + 800$ ومنه $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$

3. إثبات أن المتتالية (V_n) **هندسية يطلب تعيين أساسها**

$V_{n+1} = 3200 - U_{n+1} = 3200 - \left(\frac{3}{4}U_n + 800\right)$

و منه $V_{n+1} = 3200 - \frac{3}{4}U_n - 800 = 2400 - \frac{3}{4}U_n$

ومنه $V_{n+1} = \frac{3}{4}(3200 - U_n)$ ومنه $V_{n+1} = \frac{3}{4}V_n$

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$

حدها الأول V_0

لدينا $V_0 = 3200 - U_0$ ومنه $V_0 = 3200 - 1600$

ومنه $V_0 = 1600$

4. حدها العام V_n **بدلالة** n

لدينا $V_n = V_0\, q^n = 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

عبارة U_n **بدلالة** n

بما أن $V_n = 3200 - U_n$ ومنه $U_n = 3200 - V_n$

ومنه $U_n = 3200 - 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$

ومنه $U_n = 1600\left[2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$

5. حساب مجموع اعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 الى سنة 2020

ومنه $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{15}$

$S = (3200 - V_0) + (3200 - V_1) + \cdots + (3200 - V_n)$

$S = (3200 + 3200 + \cdots + 3200) - (V_0 + V_1 + \cdots + V_{15})$

$S = 3200(15 - 0 + 1) - \left(1600 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{15-0+1}}{1 - \frac{3}{4}}\right)$

$S = 3200(16) - \left(1600 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{16}}{\frac{1}{4}}\right)$ ومنه $S = 54564$

حل التمرين الرابع

$f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ و $D =]0;+\infty[$

1. إيجاد نهايتي الدالة f **عند** $+\infty$ **و على يمين 0:**

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} 1 + \frac{\ln x}{x} = -\infty$ لان $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 0} x = 0^+ \end{cases}$

التفسير الهندسي $x = 0$ حامل محور التراتيب هو مستقيم مقارب للمنحني (C).

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 + \frac{\ln x}{x} = 1$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

التفسير الهندسي $y=1$ مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

2. التحقق أنه : $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\times x-\ln x}{x^2}$ ومنه $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

ب – دراسة اتجاه تغير الدالة f

ندرس اشارة $f'(x)$ اي ندرس اشارة $(1-\ln x)$

$1-\ln x\succ 0$ ومنه $\ln x\prec 1$ ومنه $x\prec e$

$1-\ln x=0$ ومنه $\ln x=1$ ومنه $x=e$

$1-\ln x\prec 0$ ومنه $\ln x\succ 1$ ومنه $x\succ e$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;e]$ و الدالة f متناقصة تماما المجال $[e;+\infty[$

تشكيل جدول تغيراتها :

3. اثبات ان المنحنى (C) **يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة** α **حيث** $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$

- الدالة f مستمرة و رتيبة على المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$

و $\begin{cases} f(1)=1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=-0.39 \end{cases}$ ومنه $f\left(\frac{1}{2}\right)\times f(1)=-0.39\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$

4. حساب $f(2)$ و $f(3)$

$f(2)=1+\dfrac{\ln 2}{2}$ ومنه $f(2)=1.35$

$f(3)=1+\dfrac{\ln 3}{3}$ ومنه $f(3)=1.37$

التمثيل البياني ل (C)

1. اثبات ان F **دالة اصلية لدالة** f **حيث** $F(x)=x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

لدينا $F'(x)=1+\frac{1}{2}\times 2(\ln x)\times(\ln x)'$

ومنه $F'(x)=1+\frac{1}{2}\times 2(\ln x)\times\left(\frac{1}{x}\right)$

ومنه $F'(x)=1+\dfrac{\ln x}{x}=f(x)$

2. حساب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C)

و المستقيمات $x=e;x=1;y=0$

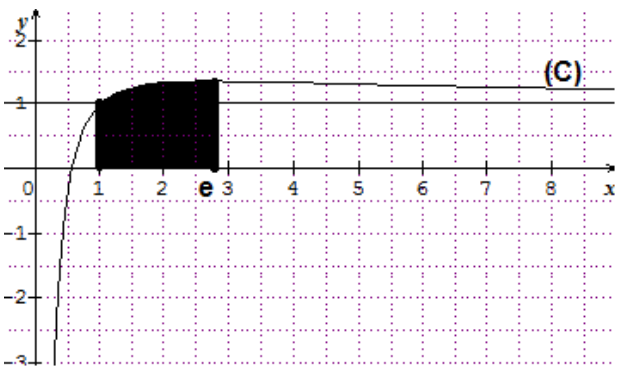
$$S=\int_1^e\left(f(x)-y\right)dx=\int_1^e\left(1+\frac{\ln x}{x}\right)dx$$

ومنه $S=\left[x+\dfrac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^e$

ومنه $S=e+\frac{1}{2}(\ln e)^2-\left[1+\frac{1}{2}(\ln 1)^2\right]$ ومنه

ومنه $S=e+\frac{1}{2}(1)^2-1$ ومنه $S=e+\frac{1}{2}-1$

$S=e-\dfrac{1}{2}$



تصحيح (الموضوع الثاني) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

حل التمرين الاول اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

1. $\int_1^2 \left(e^{2x-1}\right)dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x-1}\right]_1^2$

$= \frac{1}{2}e^{2\times 2-1} - \frac{1}{2}e^{2\times 1-1} = \frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}e^1$

الإجابة (أ)

2. **حل المعادلة** $e^{x+1} = 1$ **في** $\mathbb{R}$ **هي**

لدينا $e^{x+1} = 1$ معناه $\ln\left(e^{x+1}\right) = \ln 1$

و منه $x+1=0$ ومنه $x=-1$ **الإجابة (ب)**

3. **العبارة** $2\ln x - \ln(x-1)$ **تساوي**

لدينا $2\ln x - \ln(x-1) = \ln x^2 - \ln(x-1)$

ومنه $= \ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ **الإجابة (ب)**

4. **حلول المعادلة** $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$ **في** $\mathbb{R}$ **تساوي**

نضع $X = \ln x$ تصبح المعادلة $X^2 - 3X + 2 = 0$

بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1 = 1$ او $X_2 = 2$

من اجل $X_1 = 1$ ومنه $\ln x_1 = 1$

ومنه $e^{\ln x_1} = e^1$ ومنه $x_1 = e$

من اجل $X_2 = 2$ ومنه $\ln x_2 = 2$

ومنه $e^{\ln x_2} = e^2$ ومنه $x_2 = e^2$

وبالتالي $S = \{e; e^2\}$ **الإجابة (أ)**

حل التمرين الثاني

1. **تمثيل سحابة النقط** $M_i(x_i; y_i)$ **في معلم متعامد**
($1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل
و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب).

x_i	y_i	$x_i \times y_i$	$x_i - \overline{X}$	$(x_i - \overline{X})^2$
240	402	96480	-280	79524
320	390	124800	-200	40000
400	340	136000	-120	14400
480	230	110400	-40	1600
560	210	117600	40	1600
640	130	83200	120	14400
720	70	50400	200	40000
800	60	48000	280	79524
4160	1832	766800		271048

2. **جد إحداثيتي** G **النقطة المتوسطة لسحابة النقط** $M_i(x_i; y_i)$

$\overline{X} = \frac{240+320+400++480+560+640+720+800}{8}$

ومنه $\overline{X} = \frac{4160}{8}$ ومنه $\overline{X} = 520$

$\overline{Y} = \frac{402+390+340+230+210+130+70+60}{8}$

ومنه $\overline{Y} = \frac{1832}{8}$ ومنه $\overline{Y} = 229$

وبالتالي $G(520; 229)$

3. **معادلة لمستقيم الانحدار** $y = ax + b$ **بالمربعات الدنيا للسلسلة** $M_i(x_i; y_i)$.

حساب a

$$a = \frac{\frac{766800}{8} - (520\times 229)}{\frac{271048}{8}}$$

ومنه $a = -0.69$

حساب b

لدينا $b = \overline{Y} - a\overline{X}$ ومنه $b = 229 - (-0.69)\times 520$

ومنه $b = 587.8$ و بالتالي $y = -0.69x + 587.8$

تقديرا لعدد المشترين إذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو 500.

معناه $x = 500 \in$ **ومنه** $y = -0.69 \times 500 + 587.8$

ومنه $y \approx 243$ **مشتري**

ثمن البيع حتى يكون عدد المشترين المتوقع هو 300.

معناه $y = 300$ **ومنه** $-0.69x + 587.8 = 300$

ومنه $x = \dfrac{300 - 587.8}{-0.69}$ **ومنه** $x = 417.10 \in$

حل التمرين الثاني

1. تعيين قيمة U_0 **حتى تكون المتتالية** (U_n) **ثابتة**

(U_n) **ثابتة معناه** $U_0 = U_1 = \cdots = U_n = U_{n+1}$

بما ان $U_{n+1} = \dfrac{1}{2}U_n - 1$ **فان** $U_0 = \dfrac{1}{2}U_0 - 1$

ومنه $U_0 - \dfrac{1}{2}U_0 = -1$ **ومنه** $\dfrac{1}{2}U_0 = -1$

ومنه $U_0 = -2$

2. نفرض $U_0 = 6$ **:**

أ) حساب U_1 **حساب** U_2

لدينا $U_1 = \dfrac{1}{2}U_0 - 1$ **لدينا** $U_2 = \dfrac{1}{2}U_1 - 1$

ومنه $U_1 = \dfrac{1}{2}(6) - 1$ **ومنه** $U_2 = \dfrac{1}{2}(2) - 1$

ومنه $U_1 = 2$ **ومنه** $U_2 = 0$

ب) تعيين قيمة العدد α **حتى تكون** (V_n) **متتالية هندسية أساسها** $q = \dfrac{1}{2}$ **.**

لدينا $V_{n+1} = \alpha U_{n+1} - 2$ **ومنه** $V_{n+1} = \alpha\left(\dfrac{1}{2}U_n - 1\right) - 2$

ومنه $V_{n+1} = \dfrac{1}{2}\alpha U_n - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \dfrac{1}{2}\alpha U_n - 1 + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \dfrac{1}{2}(\alpha U_n - 2) + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \dfrac{1}{2}V_n - \alpha - 1$

حتى تكون (V_n) **متتالية هندسية اساسها** $q = \dfrac{1}{2}$ **نضع**

$-\alpha - 1 = 0$ **ومنه** $-\alpha = 1$ **ومنه** $\alpha = -1$

ج) نضع : $\alpha = -1$ **و** $q = \dfrac{1}{2}$

تعبير عن V_n **بدلالة** n

حدها الأول V_0

لدينا $V_0 = -U_0 - 2$ **ومنه** $V_0 = -6 - 2$ **ومنه** $V_0 = -8$ **.**

حدها العام V_n **بدلالة** n

لدينا $V_n = V_0\, q^n = (-8) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ **.**

عبارة U_n **بدلالة** n

بما أن $V_n = -U_n - 2$ **ومنه** $U_n = -V_n - 2$

ومنه $U_n = 8 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n - 2$

حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty}\left[8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\right] = -2$$

استنتج أن المتتالية (U_n) **متقاربة**

بما ان $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -2$ **فان المتتالية** (U_n) **متقاربة**

د) حساب المجموع S_n **بدلالة** n **حيث :**

$$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$$

ومنه $S_n = (-U_0 - 2) + (-U_1 - 2) + \cdots + (-U_n - 2)$

ومنه $S_n = -(V_0 + V_1 + \cdots + V_n) - (2 + 2 \cdots + 2)$

ومنه $S_n = -\left(-8\times\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\dfrac{1}{2}}\right)-2(n+1)$

ومنه $S_n = 16\left(1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right)-2(n+1)$

حل التمرين الرابع

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

$f(x)=0$ معناه $\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=0$

معناه $3e^x-1=0$ لان $e^x+1\succ 0$

ومنه $3e^x=1$ ومنه $e^x=\dfrac{1}{3}$ ومنه $x=\ln\left(\dfrac{1}{3}\right)$

أو $x=-\ln 3$

يمثل هذا الحل هندسيا فاصلة نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل

2. أ) حساب نهاية f عند $-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3e^x-1}{e^x+1}\right)=\frac{-1}{1}=-1$$

التفسير الهندسي $y=-1$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f(x)=\dfrac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

لدينا $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=\dfrac{e^x\left(3-\dfrac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\dfrac{1}{e^x}\right)}=\dfrac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

ج) استنتاج نهاية f عند $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}\right)=\frac{3}{1}=3$$

التفسير الهندسي $y=3$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

3. حساب $f'(x)$

$$f'(x)=\frac{3e^x\left(e^x+1\right)-\left(3e^x-1\right)e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$$

ومنه $f'(x)=\dfrac{3e^{2x}+3e^x-3e^{2x}+e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $f'(x)=\dfrac{4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

- **دراسة اتجاه تغير الدالة f**

بما ان $4e^x\succ 0$ و $\left(e^x+1\right)^2\succ 0$ فان $f'(x)\succ 0$

وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

- **تشكيل جدول تغيرات الدالة f**

4. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$

$$\begin{cases} f'(0)=\dfrac{4e^0}{\left(e^0+1\right)^2}=\dfrac{4}{2^2}=\dfrac{4}{4}=1 \\ \text{و} \\ f(0)=\dfrac{3e^0-1}{e^0+1}=\dfrac{3-1}{1+1}=\dfrac{2}{2}=1 \end{cases}$$

ومنه $(T)\cdots y=x+1$

5. أ) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$$g'(x)=-\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$$

لدينا $g(x)=f(x)-(x+1)$

ومنه $g'(x)=f'(x)-1$

ومنه $g'(x)=\dfrac{4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}-1$

ومنه $g'(x)=\dfrac{-e^{2x}+2e^x-1}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $g'(x)=\dfrac{-\left(e^x-1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $g'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب) **دراسة اتجاه تغير** g

بما ان $g'(x) \prec 0$ فان الدالة g متناقصة تماما على $\square$

حساب $g(0)$

$g(0) = f(0) - (0+1) = 1-1$ ومنه $g(0) = 0$

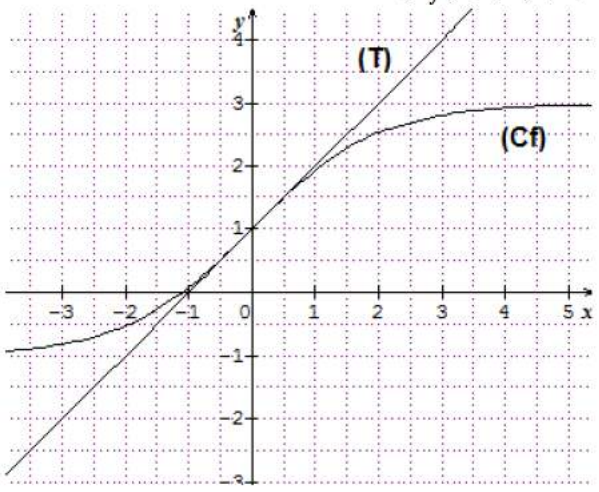
دراسة إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

ت) **استنتاج وضعية** (C_f) **بالنسبة إلى** (T)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
الوضع النسبي بين (C_f) و (T)	(C_f) يقع فوق (T)	$(C_f)\cap(T)=\{(0;1)\}$	(C_f) يقع تحت (T)

ارسم (T) و (C_f)



بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله

أستاذ المادة زراوني عمر

الأستاذ عمر زراوني : Fb