الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
امتحان بكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : تسيير و اقتصاد

مديرية التربية لولاية تيارت
دورة :ماي 2024
ثانوية سليمان بن حمزة -عين الذهب.

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي الإنتاج العالمي للطاقات المتجددة من سنة 2008 إلى سنة 2015

يتم التعبير عن هذا الإنتاج بمليار من PET (PET هي وحدة لقياس الطاقة) **في كل ما يلي تدور النتائج إلى** 10^{-2}

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
نسبة الاستهلاك y_i	1.50	1.53	1.59	1.62	1.68	1.74	1.78	1.82

1 مثل في سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه : $O(1; 1.50)$

(نأخذ $1cm$ لكل سنة عل محور الفواصل و $1cm$ لكل 0.05 على محور التراتيب)

2 عين $(\overline{x}; \overline{y})$ إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.

3 أكتب معادلة مستقيم الإنحدار للسلسلة $(x_i; y_i)$، ثم ارسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

4 باستعمال هذا التعديل قدر الانتاج العالمي للطاقة المتجددة بحلول عام 2023.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ حيث α عدد حقيقي

ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $3u_{n+1} = 2(u_n - 1)$

❐ عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

❐ في كل ما يلي نفرض أن : $\alpha = -1$

1 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n > -2$.

2 نعتبر المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $v_n = u_n + 2$

❑ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي nلدينا: $3v_{n+1} - 2v_n = 0$

❑ استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

❑ أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي: $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$.

❑ هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ عين نهايتها.

3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام. عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنعت الورشة A منها 600 وصنعت البقية في الورشة B. هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للإستعمال. في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للإستعمال. نسحب عشوائيا قلما من الطلب.

يرمز A إلى الحادثة " **القلم مصنوع في الورشة** A "

يرمز B إلى الحادثة " **القلم مصنوع في الورشة** B "

يرمز D إلى الحادثة " **القلم صالح للإستعمال** "

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية.

2) ما احتمال أن يكون القلم صالحا للاستعمال.

3) علما أن القلم صالح للاستعمال، ما احتمال أن يكون ضنع في الورشة A

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x + 2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة $4cm$)

1) ا) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، ثم بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلته.

ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (D) مع المنحنى (C_f)

2) ا) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = e^x\left(e^x - 3 + \dfrac{x}{e^x} + \dfrac{2}{e^x}\right)$

ب) استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3) ا) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f'(x) = (2e^x - 1)(e^x - 1)$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 0$، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$

5) أنشيء المنحنى (C_f) والمستقيمات (D) ، (T)

6) أحسب بـ cm^2 المساحة S لحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 0$ و $x = \ln(3)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

I يمثل الجدول التالي تطور المعدل السنوي لسعر الكيلو غرام الواحد من مادة معينة وهذا للسنوات الخمس

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
سعر الكيلوغرام y_i	50	75	175	225	300

1) مثل في سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه : $O(0; 50)$

(نأخذ $1cm$ لكل سنة عل محور الفواصل و $1cm$ لكل 50 كيلوغرام على محور التراتيب)

2) عين $(\overline{x}; \overline{y})$ إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.

3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا من الشكل: $y = 65x - 30$ ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

II بوضع $z_i = \ln(y_i)$

1) انطلاقا من الجدول السابق أكمل الجدول التالي :(تُدور النتائج إلى 10^{-2})

x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$					

2) ا) عين $(\overline{x}; \overline{z})$ إحداثيي G' النقطة المتوسطة

ب) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا $z = ax + b$ (يُدور a و b إلى 10^{-2})

ج) بين أن: $y = ke^{0.48x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5$

1) ا) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n < 15$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 15$

ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n وأحسب النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n والجداء P_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

ينتج مصنع منتوجاً بكمية q حيث : $0 \preceq q \preceq 50$

الكلفة الهامشية C_m المقدرة بـ DA لإنتاج وحدة إضافية هي : $C_m(q) = \frac{15}{2}q^2 - 40q + 80$

تقدر المصاريف الثابتة للوحدة من إنتاج هذه الكمية بـ: $125DA$.

1) علما أن الكلفة الاجمالية C هي الدالة الأصلية للكلفة الهامشية C_m على المجال $[0;50]$.
✍ أوجد عبارة $C(q)$ بدلالة q.

2) علما أن الكلفة المتوسطة C_M معرفة على المجال $[0;50]$ كما يلي : $C_M(q)=\dfrac{C(q)}{q}$.
✍ أَوجد عبارة $C_M(q)$ بدلالة q.

3) تحقق ان الدالة المشتقة $C'_M(q)$ معرفة على المجال $[0;50]$ كما يلي : $C'_M(q)=\dfrac{5(q-5)(q^2+q+5)}{q^2}$

4) أدرس اتجاه اتغير الدالة C_M على المجال $[0;50]$ ، ثم أنشيء جدول تغيراتها.

5) عين الكمية q التي يجب إنتاجها حتى تكون الكلفة المتوسطة أصغر مايمكن.

6) أُحسب في هذه الحالة الكلفة المتوسطة والكلفة الهامشية. ماذا تلاحظ ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$\boxed{I}$ نعتبر الدّالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1+x^2+\ln x$.

1) ادرس تغيّرات الدّالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدًا α حيث : $0.32 \prec \alpha \prec 0.33$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

$\boxed{II}$ نعتبر الدّالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=-x+\dfrac{2+\ln x}{x}$
ونسمّي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ واستنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .
ب) ادرس الوضع النّسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

4) أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة يُطلب تعيينها . اكتب معادلة المماس (T) .

5) مثّل بيانيّا (T)، ثمّ (C_f).
علما أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 و x_1 حيث : $0.2 \prec x_0 \prec 0.1$ و $1.6 \prec x_1 \prec 1.5$.

6) ا) أحسب مشتقة الدالة $u : x \longmapsto \dfrac{1}{2}\Big(\ln(x)\Big)^2$.
ب) استنتج الدالة الأصلية للدالة f على المجال: $]0;+\infty[$.
ج) أحسب المساحة S لحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=2$ و $x=3$.

انتهى الموضوع الثاني