



3AGE1+2+3

ماي 2024

بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين 1 (5ن): (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الاول $U_0 = 1$ والعلاقة : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$

(1) ابرهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_n \geq -2$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية . ماذا تستنتج ؟

(2) نعتبر من اجل كل عدد طبيعي n المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n = U_n + 2$

ا) اثبت ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول V_0

ب) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

د) احسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع $S' = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

هـ) احسب بدلالة الجداء التالي $S''_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$

التمرين 2 (4ن): الجدول التالي يعطي تطور النسب المئوية من ميزانية احدى الجامعات

والمخصصة للإنفاق على البحث العلمي بين سنتي 2005 و 2012

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية y_i	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2

1- مثل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الاحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد

2- عين احداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها؟

3- بين ان معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 0,38x + 3,09$ ثم

ارسمه

4- بفرض ان تغير النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة

ا) قدر النسبة المئوية لانفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015

ب) في اي سنة تصبح النسبة المئوية المتوقعة للإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي 9,93% ؟

التمرين 3 (7ن)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 3\ln(x) - 3$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا مع $1,40 < \alpha < 1,41$

استنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم x في المجال $]0, +\infty[$

II- لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 - \frac{3\ln(x)}{x}$

وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة f

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها

(5) ليكن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(6) انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.68$)

(7) برهن أن الدالة $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة h على المجال $]0, +\infty[$ حيث $h(x) = \frac{(\ln x)}{x}$

- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $x = e^2$ و $x = e^4$ و $y = x - 1$

التمرين 4 (3ن): ينتج معمل كمية من البراغي بواسطة ثلاث آلات A , B , C بحيث

الالة A تضمن 20% من الانتاج و 5% من البراغي المصنوعة فاسد

الالة B تضمن 30% من الانتاج و 4% من البراغي فاسد

الالة C تضمن 50% من الانتاج و 1% من البراغي المصنوعة فاسد

نحтар عشوائيا برغي شكل شجرة الاحتمال

1- ماهو احتمال ان يكون البرغي ؟

ا- غير صالح ومصنوع بالالة A

ب- غير صالح ومصنوع بالالة B

ج- غير صالح ومصنوع بالالة C

2- استنتج احتمال ان يكون البرغي غير صالح

3- احسب احتمال ان يكون البرغي مصنوعا بالالة A علما انه غير صالح

تصحيح الاختبار

التمرين الاول

(2) البرهان بالتراجع لتكن الخاصية $p(n)$ من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \geq -2$
المرحلة الاولى اثبات صحة $p(0)$

المرحلة الثانية نفرض ان $p(n)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \geq -2$
ونرهن ان الخاصية $p(n+1)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \geq -2$

(3) اتجاه التغير نحسب الفرق $u_{n+1} - u_n$ نجد $u_{n+1} - u_n \leq 0$
ومنه المتتالية متناقصة

الاستنتاج المتتالية متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة

(4) اثبات ان المتتالية (V_n) هندسية

(2) (V_n) متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الاول $u_0 = 3$

(3) عبارة الحد العام V_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $V_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

عبارة الحد العام U_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $U_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$

(4) النهايات $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$ لان $-1 < q < 1$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$ لان $-1 < q < 1$

(5) المجموع $s = -6\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 6$ $s' = 4 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 2n$

التمرين الثاني

(1) النقطة المتوسطة هي $G(4,5;4,8)$

(2) معادلة مستقيم الانحدار هي $y = 0.38x + 3.09$

(3) $y = 0.38x + 3.09$ لدينا $x = 11$ ومنه $y = 7.27$

(4) السنة لما يبلغ الانفاق 9,93% هي 2022

التمرين الثالث

(1) دراسة التغيرات

المشتقة $g'(x) = 2x + \frac{3}{x}$

الدالة g متزايدة على المجال $]0, +\infty[$

(2) نطبق شروط مبرهنة القيم المتوسطة

استنتاج إشارة $g(x)$ حسب جدول التغيرات نستنتج ان

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	-	+

حساب المشتقة من اجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ فالدالة f متزايدة تماماً على المجال $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماماً $]0, \alpha]$

النهايات $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x - 1) = 0$ المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

الوضع النسبي

على المجال $]0; 1]$ المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (D)

على المجال $[1; +\infty[$ المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (D)

$$(C_f) \cap (D) = \{A(1; 2)\}$$

مبرهنة القيم المتوسطة

ب) بين ان $H'(\alpha) = h(x)$

$$A = \frac{3}{2} u.a \text{ المساحة}$$

التمرين 4

(1) احتمال فاسد ومصنوع ب A هو $P(A \cap F) = 0.01$

(2) احتمال فاسد ومصنوع ب B هو $P(B \cap F) = 0.012$

(3) احتمال فاسد ومصنوع ب C هو $P(C \cap F) = 0.005$

(4) احتمال البرغي فاسد هو $P(F) = 0.027$

$$P_F(A) = \frac{0.01}{0.027} = \frac{10}{27} \text{ (5) الاحتمال الشرطي}$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5ن): في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان مدينة 100000 نسمة كل سنة يتزايد عدد السكان 5% اخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة

من اجل كل عدد طبيعي n نسمي U_n عدد عمال المؤسسة في 1 يناير سنة $(2005+n)$

(1) احسب $U_2; U_1; U_0$

هل المتتالية (U_n) حسابية ؟ هندسية ؟ برر إجابتك

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 1,05U_n + 4000$

(2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n + 80000$

(3) اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول

(ب) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$U_n = 180000 \times (1.05)^n - 80000$$

(ج) قدر عدد السكان سنة 2018

التمرين الثاني (4ن): (تعطى النتائج على شكل كسور) عدد تلاميذ قسم دراسي 35 تلميذا من بينهم 15 بنتا

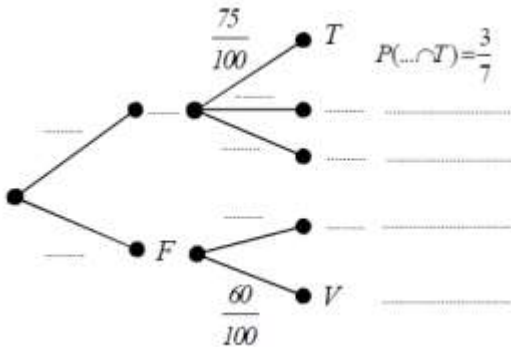
يختار كل تلميذ من القسم رياضة واحدة وواحدة فقط يمارسها في إطار نشاطات النادي الرياضي للمؤسسة 75% من الأولاد اختاروا ممارسة كرة القدم و 15% اختاروا ممارسة كرة اليد بينما اختار 10% ممارسة الكرة الطائرة . 60% مكن البنات اخترن ممارسة كرة الطائرة والبقية اخترن ممارسة كرة اليد. لتمثيل هذا القسم في منافسة رياضية ، يتم اختيار تلميذ واحد منه بطريقة عشوائية.

يرمز G إلى الحادثة "التلميذ المختار ولد" ويرمز F إلى الحادثة " التلميذ المختار بنت " .

يرمز T إلى الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة القدم " . يرمز M الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة اليد " .

يرمز V إلى الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة الطائرة " . الطائرة " .

(1) -انقل الشجرة على ورقة الإجابة ، ثم أكملها



(2) احسب $P(V)$ احتمال أن تحقق الحادثة V

(3) احسب الاحتمال الشرطي $P_V(G)$

(4) احسب احتمال أن يكون التلميذ المختار لا يمارس كرة القدم

التمرين الثالث (4ن): الجدول التالي يعطي تطور ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة

2009 إلى سنة 2016

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية y_i	0.4	0.45	0.5	0.56	0.63	0.68	0.75	0.83

1- مثل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد

(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 100000 DA على محور الترتيب)

2- عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها؟

3- بين إن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 0,06x + 0,33$ ثم ارسمه

4- (ا) باستعمال التعديل الخطي السابق قدر الميزانية المتوقعة سنة 2020

(ب) ابتداء من إي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1200000 DA

التمرين 4: (7ن)

الجزء الأول: لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,68; 1,69[$

(3) استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{1 + e^x}$

(c_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = \frac{2 \times g(x)}{(1 + e^x)^2}$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها

4. بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم استنتج حصر الـ $f(\alpha)$

5. بين أن المنحنى (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته: $y = 4x - 1$ بجوار $-\infty$

6. ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ)

7. ارسم المنحنى والمستقيم المقارب.

تصحيح الموضوع الثاني

التمرين الاول

- (1) تعين الحدود $u_0 = 100000$ و $u_1 = 109000$ و $u_2 = 118450$
- (2) بتطبيق الوسط الحسابي نجدان $u_1 \neq u_0 + u_2$ فالمتتالية ليست حسابية
بتطبيق الوسط الهندسي نجدان $u_1 \neq u_0 \times u_2$ فالمتتالية ليست هندسية
- (3) لدينا $u_{n+1} = 1,05u_n + 4000$ ومنه $u_{n+1} = u_n + \frac{5}{100}u_n + 4000$
- (4) اثبات ان (V_n) متتالية هندسية
لدينا $v_{n+1} = u_{n+1} + 80000$ بالتعويض نحد $v_{n+1} = 1,05u_n + 4000 + 80000$
 $v_{n+1} = 1,05v_n$ ومنه $v_{n+1} = 1,05u_n + 84000$
ومنه متتالية هندسية (V_n) اساسها $q = 1,05$
- (5) عبارة الحد العام V_n بدلالة n
من اجل كل عدد طبيعي n $V_n = 180000(1.05)^n$
استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي $U_n = 180000 \times 1.05^n - 80000$
لدينا $V_n = U_n + 80000$ ومنه $U_n = v_n - 80000$ اي $U_n = 180000 \times 1.05^n - 80000$

التمرين الثاني

$$p(\bar{T}) = 1 - P(T) = \frac{4}{7} \quad (3) \quad p_V(G) = \frac{2}{11} \quad (2) \quad p(V) = \frac{11}{35} \quad (1)$$

التمرين الثاني (النقطة المتوسطة هي $G(4,5;0,6)$

$$(2) \text{ معادلة مستقيم الانحدار هي } y = 0,06x + 0,33$$

$$(3) \quad y = 0,06x + 0,33 \quad \text{لدينا} \quad x = 12 \quad \text{ومنه} \quad y = 1.05$$

4) السنة التي تتجاوز الميزانية 1.2 هي 2023

التمرين الرابع

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$$

$$(ب) \text{ الدالة قابلة للاشتقاق } g'(x) = (1 - 2x)e^x$$

$$\text{الدالة متزايدة على المجال } \left] -\infty, \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{الدالة متناقصة على المجال } \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$$

$$(2) \text{ مبرهنة القيم المتوسطة}$$

$$(3) \text{ اشارة}$$

x	α	$+\infty$ $-\infty$
$g(x)$	+	-

$$8. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$9. f'(x) = \frac{2 \times g(x)}{(1 + e^x)^2} \text{ اشارتها من نفس اشارة } g(x)$$

$$10. \text{-الدالة متزايدة على المجال }]-\infty, \alpha] \text{ و الدالة متناقصة على المجال } [\alpha, +\infty[$$

$$11. \text{باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتحصل على } f(\alpha) = 4\alpha - 5$$

$$\text{الحصر } 1.72 < f(\alpha) < 1.76$$

$$5) \text{ اثبات المائل } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 1)] = 0$$