

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول (5 نقاط)

•-نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب $u_0 = -1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 2$

(2) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة.

(3) بين ان المتتالية (u_n) متقاربة . ثم احسب نهايتها .

II- من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي .

(1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (v_n) هذسية يطلب تعيين أساسها q .

(2) في كل ما يلي نفرض $\alpha = 2$

(أ) أكتب عبارة n بدلالة n ثم استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n ; u_n = -3 \left[\frac{1}{3} \right]^n + 2$$

ب) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$; بين أن : $S_n = \frac{3}{2} \left[\frac{1}{3} \right]^n + 2n - \frac{5}{2}$ من أجل كل عدد طبيعي n

التمرين الثاني : (4 نقاط)

يمثل الجدول التالي عدد الزوار لأحد المعالم التاريخية بين سنتي 2010 و 2014 :

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الزوار y_i	4500	4900	5200	5500	6000

(1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الاحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (على محور الفواصل 2 cm لكل سنة و على محور الترتيب 1 cm لكل 1000 زائر)

(2) عين احداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .

(3) عين المعادلة المختصرة ل (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة ثم أرسمه.

(4) باستعمال التعديل الخطي السابق . ما هو عدد الزوار سنة 2018 ؟

التمرين الثالث (4 نقاط)

نرمي زهر نرد غير مزيفة أوجهها الستة مرقمة بالأرقام 1,1,1,2,2,4 مرتين متتابعتين , و نسجل الرقمين المحصل عليهما من اليسار الى اليمين .

(1) ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة .

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : "الحصول على العدد 12" الحادثة B : "الحصول على عدد مضاعف للعدد 3"

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما .

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الامل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x اشارة $g(x)$.

(II) الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس ($0 ; i ; j$)

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) أ) بين أن من أجل كل من $]0, +\infty[$: $f(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) , ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

(4) عين فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلة (T) .

(5) أرسم (D) (T) و (C_f) . (6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1,3]$.

الموضوع الثاني

التمرين الاول (4 نقاط)

$$(u_n) \text{ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث: } \begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$$

(1) أ- بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب- أحسب الحد الاول u_0 , ثم أكتب u_n بدلالة n .

ج- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n عدد كماليلي $v_n = \ln u_n$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n .

ج- أحسب بدلالة n الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$.

التمرين الثاني (5 نقاط)

الجدول التالي يعطي وزن الطفل بالكلف بدلالة طوله بالسنتيمتر

x_i الطول cm	145	150	155	160	165	170
y_i الوزن kg	50	53	57	62	65	67

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في المعلم $(1 \text{ cm لكل } 10 \text{ cm على محور الفواصل وبيدأ التدرج من } 140 \text{ و } 1 \text{ لكل } 2 \text{ Kg على محور التراتيب وبيدأ التدرج من } 50)$

(2) أحسب احداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ ومثلها في المعلم السابق.

(3) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x ثم مثله في المعلم السابق.

(4) نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكلف على مربع الطول بالمترو ونقول ان وزن الطفل المثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19, 24]$..

أ- باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله (185 cm) .

ب- أحسب مؤشر كتلة هذا الجسم , هل وزن هذا الطفل مثالي .

التمرين الثالث (5 نقاط) :

وضعت أسئلة امتحان شفوي في علبتين متماثلتين A و B, العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة و6 أسئلة في مادة الاختصاص , والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة , و7 أسئلة في مادة الاختصاص , (عمليات سحب الاسئلة و اختيار احدى العلبتين متساوية الاحتمال) .

(1) يختار مترشح احدى العلبتين ليسحب منها عشوائيا ,سؤالا واحدا .

أ- شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة .
ب- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة A ؟.

ج- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة B .

د- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص ؟

ه- علما أن المترشح سحب سؤالاً في الثقافة العامة , ما هو احتمال أن يكون من العلبة B ؟

(2) -مترشح آخر يسحب عشوائياً سؤالاً واحداً من العلبة A وسؤالاً واحداً من العلبة B .

بين أن احتمال سحب سؤالين في مادة الاختصاص هو 0,42 .

التمرين الرابع (7 نقاط):

الدالة العددية f المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي $f(x) = 5 + 6(1 - 2x)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; i; j$)

1- (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$, ثم فّر لننتيجة هندسية . (يعطى : $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = 0$)

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها . (3) أنشئ (C_f) .

(4) (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 3; 5$ تقبل في المجال $[0; 7]$ حلين مختلفين α و β بحيث $2; 9 < \beta < 3$ و $0,7 < \alpha < 0,8$

(ب) حل بيانياً في المجال $[0, 7]$ المتراجحة $f(x) \leq 3,5$.

(5) (أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0, 7]$ ب :

$g(x) = (ax + b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0, 7]$ ب : $h(x) = 6(-2x + 1)e^{-x}$

(ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[0, 7]$.

(II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتج , حيث x يتمي إلى المجال $[0, 7]$ تنمدج بالدالة f أي $C_M(x) = f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير)

(1) حدد كمية المنتج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن , وماهي قيمة هذه الكلفة ؟ (تدور النتيجة إلى 10^{-2}) .

(2) ماهي كميات المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 3.5 مليون دينار ؟

(3) نذكر أن دالة الكلفة الاجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية .

(أ) بين أن الكلفة الاجمالية C_T المعرفة ب : $C_T(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x + k$ حيث k عدد حقيقي.

(ب) حدد قيمة k اذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0) = 2$) .