



على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

*** التمرين الأول : (04 نقاط)**

الجدول الآتي يلخص معطيات صندوق التقاعد عن عدد المحالين على التقاعد بالآلاف في إحدى الدول خلال الفترة الممتدة من 1975 إلى 2005.

السنة	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المتقاعدين (بالآلاف) y_i	41	50	59	74	83	97	107

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(1cm يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، 1cm يمثل 10 آلاف متقاعد على حامل محور الترتيب)

(2) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ ثم علمها.

(3) لتكن $y = ax + b$ معادلة (Δ) ، مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.

أ) بين أن: $a \approx 11,29$ ، ثم أحسب قيمة b . (تعطى لنتيجة مدورة إلى 10^{-2})

ب) أنشئ المستقيم (Δ) .

(4) باستعمال التعديل الخطي السابق، قَدِّر عدد المحالين على التقاعد في سنة 2025.

*** التمرين الثاني : (04 نقاط)**

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_{n+1} = u_n + 6$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من كل عدد طبيعي n ، $u_n > 3$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 3$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها q وحددها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$.

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

د) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

* التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع قريصات تحمل الأرقام : 1، 2، 3، 4.

نسحب قريصة واحدة من هذا الكيس ونعتبر P_k هو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k .

(1) علما أن الاعداد P_1, P_2, P_3 و P_4 تشكل بهذا الترتيب حدود متتابة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{18}$.

احسب P_1, P_2, P_3 و P_4 .

(2) نفرض فيما يلي أن : $P_1 = \frac{1}{6}, P_2 = \frac{2}{9}, P_3 = \frac{5}{18}$ و $P_4 = \frac{1}{3}$.

(أ) عرف قانون احتمال على هذه التجربة العشوائية ثم أحسب أمله الرياضي.

(ب) احسب احتمال الحادث A " سحب قريصة تحمل رقم فردي ".

* التمرين الرابع : (08 نقاط)

الجزء الأول

$g(x) = e^{-x} + x - 1$ دالة عددية معرفة على IR بـ :

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) شكل جدول إشارة $g(x)$ ، ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $e^{-x} + x \geq 1$.

الجزء الثاني:

$f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ دالة عددية معرفة على IR بـ :

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

(3) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$. (الدالة المشتقة للدالة f)

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) (أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O مبدأ المعلم.

(ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $x - f(x) = \frac{x \cdot g(x)}{e^{-x} + x}$.

(ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (يعطى $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$)

(6) ناقش بياناً، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

*** التمرين الأول : (04 نقاط)**

I. الجدول التالي يمثل تطور عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات (العدد بالآلاف) .

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المشتركين y_i	20	30	43	63	92	135

(1) أ- مثل سحابة النقط $M_i(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد .

(نأخذ 1cm لكل 1 سنة على حامل محور الفواصل و 1cm لكل 10 آلاف مشترك على حامل محور الترتيب) .

ب- هل يمكن القيام بتسوية خطية ؟ برر اجابتك .

II (1) نضع: $z_i = \ln(y_i)$.

أ- أكمل الجدول التالي (تدور النتائج إلى 10^{-2}) .

رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln(y_i)$						

ب- مثل سحابة النقط $M_i(x_i ; z_i)$

ج- أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i ; z_i)$ ، ثم علمها .

د- بين أن معادلة مستقيم الانحدار هي $z = 0.38x + b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه .

(2) أ- أثبت أن عدد المشتركين y يمثل بالعلاقة $y = ke^{0.38x}$ (يعطى k مدورا الى الوحدة) .

ب- بفرض أن عدد المشتركين بتزايد بنفس الوتيرة ما هي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك .

*** التمرين الثاني : (04 نقاط)**

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

(1) أ) أحسب الحدود: u_1 ، u_2 و u_3 .

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n < 4$.

ج) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة .

(2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 4$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول .

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

أ) أحسب بدلالة n عبارة S_n .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S'_n = 4n - 2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

* التمرين الثالث : (04 نقاط)

تتكون مؤسسة تربوية من: 75% ذكور، 25% إناث. 60% من الإناث و 30% من الذكور هم تلاميذ جيّدون. ➤ نأخذ عشوائياً تلميذاً من هذه المؤسسة.

يرمز بـ : G الحادثة: " التلميذ المختار ذكر " F الحادثة: " التلميذ المختار أنثى "

A الحادثة: " التلميذ المختار ذو مستوى جيد " .

- (1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.
- (2) ما احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى و ذات مستوى جيد؟
- (3) ما احتمال أن يكون التلميذ المختار ذو مستوى جيد؟
- (4) إذا علمت أن التلميذ المختار ذو مستوى جيد، ما احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى.

* التمرين الرابع : (08 نقاط)

الجزء الأول:

g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,2 < \alpha < 1,4$.
- (4) استنتج تبعاً لقيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1 - \ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

- (1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.
- (ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (2) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ (f الدالة المشتقة للدالة f)
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيماً مقارباً مائلاً للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
- (ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- (4) أنشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) . يعطى $(f(\alpha) \approx 1,9)$.
- (5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{x^2 - (\ln x)^2 + 2 \ln x}{2}$
- (أ) بيّن أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.
- (ب) أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = e$ و $y = 0$.