

التاريخ: 2022/05/16

المدة: 03 سا و 30 د

المادة: الرياضيات

المستوى: 3 ت

امتحان البكالوريا التجريبي

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين

التمرين الأول: (4 ن)

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بجدول تغيراتها المقابل

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) $y = -1$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.

(2) النقطة $B(4; 1)$ تنتمي للمنحني (C) .

(3) المعادلة $f(x) = 4$ تقبل ثلاث حلول.

(4) معامل توجيه المماس (T) للمنحني (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1 هو 0.

(5) (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة.

(6) $f(1443) > f(2022)$.

التمرين الثاني: (4 ن)

في أول يناير من سنة 2022 بلغ عدد سكان مدينة حوالي 100000 نسمة؛ وخلال كل سنة سيتزايد عددهم بنسبة 5% بأخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى؛ وهناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة.

نسمي u_n عدد سكان المدينة في 01 يناير من سنة $(2022 + n)$.

(1) عيّن u_0 ثم أحسب u_1 و u_2 . هل (u_n) حسابية؟ هندسية؟ علّل.

(2) أ) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n + 4000$

ب) هل يتزايد عدد السكان من سنة إلى أخرى؟ برّر إجابتك.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 80000$

أ) بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 1.05 يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

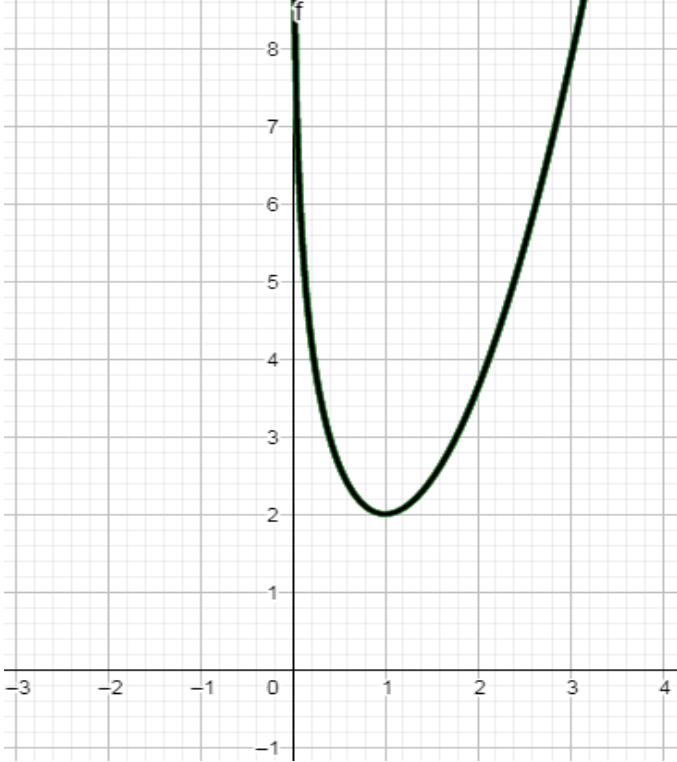
ج) ماهو عدد سكان هذه المدينة سنة 2030

التمرين الثالث: (4ن)

- المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -4n + 3$
- (1) بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول u_0 و أساسها r .
- (2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = -2n^2 + n + 3$
- (ب) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = -30132$
- المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{u_n}$
- (3) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول v_0 و أساسها q .
- (4) أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + a + b \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان. وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم (الشكل المقابل).



- (1) عين بيانيا $g(1)$ و $g'(1)$.
- (2) بين أن: $a = 1, b = -2$
- (3) استنتج بيانيا إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$
- (4) عين بيانيا حلول المتراجحة $g(x) \times g'(x) < 0$
- نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ:
- $$f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{2 \ln x}{x}$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.
- (1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$:
- $$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$
- (4) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C) عند $+\infty$.
- (6) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$
- (7) بين أن المنحني يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث: $0.52 < a < 0.53$
- (8) أنشئ (C) و (Δ) .

نعتبر الدالة H المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $H(x) = [\ln x]^2$

- (1) بين أن الدالة H هي الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = \frac{2 \ln x}{x}$
- (2) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمت $x = 1, x = e$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4ن)

الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة التالية مع التبرير:

(1) الدالة f على المجال $]0, +\infty[$:

(أ) متزايدة تماما (ب) متناقصة تماما (ج) ليست رتيبة.

(2) الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0, +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$ هي الدالة F حيث:

(أ) $F(x) = x^2 + 3x + \ln x - 4$

(ب) $F(x) = x^2 + 3x - \ln x - 4$

(ت) $F(x) = x^2 + 3x - \ln x$

(3) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; 2]$ هي:

(أ) $6 - \ln 2$ (ب) $7 + \ln 2$ (ج) $\ln 2$

(4) (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته:

(أ) $y = 2x - 3$ (ب) $y = 2x + 3$ (ج) $y = -2x - 3$

التمرين الثاني: (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

(1) أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3

(2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n \geq -2$

(3) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

(4) لتكن (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

(أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين v_0 و أساسها q .

(ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(ج) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (4ن)

يمثل الجدول التالي تطور إنتاج معمل الاسمنت خلال 6 سنوات من 2013 إلى 2018

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الانتاج بالمليون طن y_i	3.8	4	4.5	4.8	5.2	5.6

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

(2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G .

(3) بين أن a معامل توجيه مستقيم الانحدار (D) مدورا إلى 10^{-2} هو $a = 0.37$

(4) استنتج معادلة مستقيم الانحدار (D).

(5) باستعمال التعديل الخطي السابق قدر كمية الإنتاج سنة 2022.

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0, +\infty[$: $f'(x) = (4x^2 - 8x - 5)e^{-x}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $[0; 8]$ وشكل جدول تغيراتها.

(4) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3$

(5) أنشئ (C) و (Δ).

نضع: $C_m = f(x)$ حيث C_m هي الكلفة الهامشية (مقدرة بمليون دج) لإنتاج سلعة x مقدرة بالطن حيث x محصور بين

1 و 8

(1) عين كمية السلعة x التي تكون من أجلها الكلفة الهامشية أصغر مايمكن.

(2) ماهو مقدار السلع التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغر أو تساوي 3 مليون دج.

(3) علما أن الكلفة الإجمالية C_T هي الدالة الأصلية للكلفة الهامشية C_m .

- تحقق أن: $C_T(x) = (4x^2 + 8x + 3)e^{-x} + 3x + k$. ثم عين قيمة k علما أن: $C_T(0) = 4$

$$u_1 = -\frac{1}{2} \quad u_2 = -\frac{1}{4} \quad u_3 = -\frac{1}{8}$$

البرهان بالترجيع :

$$1 \geq -2 \quad u_0 \geq -2 \quad P(0)$$

$$u_n \geq -2 \quad P(n)$$

$$u_{n+1} \geq -2 \quad P(n+1)$$

$$\frac{1}{2} u_n \geq -1 \quad \text{اذن } u_n \geq -2 \quad \text{لدينا}$$

$$u_{n+1} \geq -2 \quad \text{دعنا}$$

التي هي النتيجة :

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2} u_n - 1 \leq 0$$

اذن (u_n) متناقصه كائنا ما كان n

كما ان (u_n) متناقصه كائنا ما كان n محدود
فمن الاسفل $u_n \geq -2$ اذن هي متناهية

$$u_{n+1} = u_n + 2 = \frac{1}{2} u_n$$

$$u_0 = 3 \quad q = \frac{1}{2} \quad \text{هذه هي } (u_n)$$

$$u_n = 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$u_n = 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$$

$$s_n = 6 - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

تمرين 3 :

احد المتكاملات

$$\bar{x} = 3.5 \quad \bar{y} = 4.65$$

$$G(3.5, 4.65)$$

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \approx 0.37$$

$$y = ax + b$$

$$\bar{y} = 0.37 \bar{x} + b$$

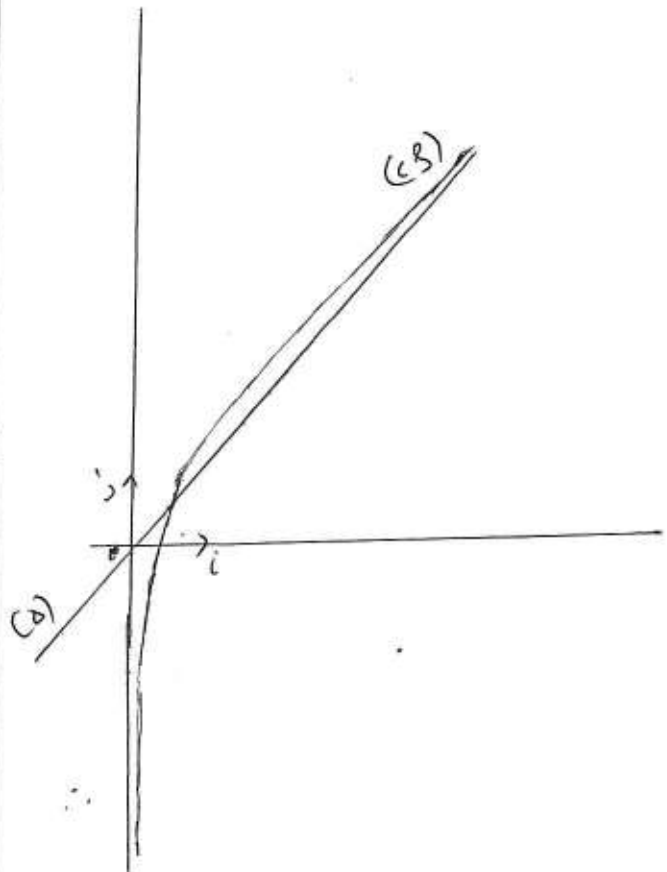
$$b = 3.355$$

المستقيمة و مركزها $(0.52, 0.53)$

$$f(0.52) \times f(0.53) < 0$$

اذن حسب مبرهنة القيمة المتوسطة - المتعادلة

$$f(x) = 0 \quad \text{تقبل حلاً مترياً في }]0.52, 0.53[$$



$$H'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x = \frac{2 \ln x}{x}$$

$$S = \int_1^e f(x) \cdot y = \int_1^e \frac{1}{x} + \frac{2 \ln x}{x} dx$$

$$= [\ln x + \ln^2 x]_1^e$$

المركب (2)

تمرين 1 :

1) مركزها $(0, 0)$

2) الدالة الأصلية لها هي

$$F(x) = x^2 + 3x - \ln x - 4$$

3) القيمة المتوسطة هي : $m = 6 - \ln 2$

4) المستقيمة التي لها مركزها $(0, 0)$ هي $y = 2x + 3$

كمية السلعة x حيث تكون الكلفة أصغر
 صالحة هي $x \in [5/4, 8]$

مقدار السلع y تكون الكلفة أصغر من 3 ملين
 هي $x \in [5/4, 8]$

$$C'_T(x) = e^{-x}(-4x^2 + 5) + 3 = C_m(x)$$

لنعيّن k :

$$C_T(0) = 4 \Rightarrow k = 1$$

$$y = 0,37x + 3,355$$

كمية الإنتاج سنة 2022:
 القيمة سنة 2022 هي 10:

$$y = 0,37(10) + 3,355 = 7,055$$

$$f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$$

اذن $y = 3$ م.م. أقصى لمبراً +

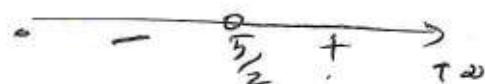
$$f'(x) = (4x^2 - 8x - 5)e^{-x}$$

أيما السخ:

$$(4x^2 - 8x - 5) = 0$$

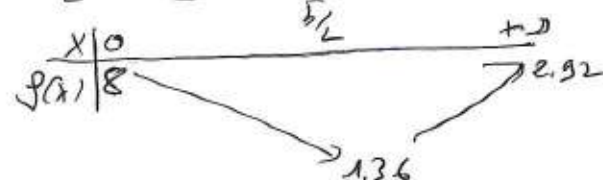
$$4x^2 - 8x - 5 = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} \quad x_2 = \frac{5}{2}$$



في متناقصة لما على $5/2$

في متزايدة $5/2$



$$f(x) - y = (-4x^2 + 5)e^{-x}$$

$$-4x^2 + 5 = 0$$

$$x = \sqrt{5/4} \quad x = -\sqrt{5/4}$$