

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2022
الشعبة: تسيير واقتصاد

الديوان الوطني للإمتحانات والمسابقات
إمتحان بكالوريا تجريبي
ثانوية: الشهيد صحيح أمحمد – الرمكة

المدة: 03 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

1- أحسب الحدود u_1 , u_2 و u_3

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n < 4$

3- عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) , ثم بين أنها متقاربة.

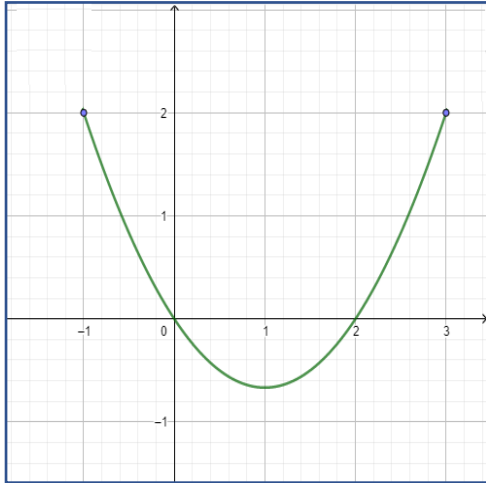
4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د- أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$



التمرين الثاني: (04 نقاط)

الدالة العددية f المعرفة على $[-1; 3]$ بتمثيلها البياني (C)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; 1]$: $f'(x) > 0$

(2) الدالة الأصلية F للدالة f متزايدة على المجال $[1; 3]$

(3) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين

(4) $f'(1) = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير.

(1) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$

الدالة الأصلية لـ f على $\mathbb{R}$ التي تنعدم من أجل $x = 1$ هي الدالة F حيث:

(أ) $F(x) = x^3 - x^2$ (ب) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2$ (ج) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + \frac{8}{9}$

- (2) مشتقة الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - x^2 \ln x$ هي :
- (أ) $g'(x) = 1 - 2x \ln x - x$ (ب) $g'(x) = 1 - 2x \ln x$ (ج) $g'(x) = 1 - 2x \ln x + x$
- (3) حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في $\mathbb{R}$ هو :
- (أ) $e^2 + 1$ (ب) $e^2 - 1$ (ج) $1 - e^{-2}$
- (4) العدد $\ln(4^n) - \ln(2^{n-1})$ يساوي :
- (أ) $(n+1)\ln 2$ (ب) $(2n+1)\ln 2$ (ج) $(n-1)\ln 2$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجةين هندسيا.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$
- 3- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- 4- (أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 2$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2$
- (ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .
- 5- أنشئ (C_f) و (Δ) .
- 6- لتكن الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$
- (أ) بين أن H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$
- (ب) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 2$ ، $x = e$ و $x = \frac{1}{e}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) , ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$

- (1) نفرض أن : $\alpha = -4$
- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$
- (2) نفرض أن : $\alpha \neq -4$
نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 4$
(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.
(ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة .
(ت) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
-أحسب S_n بدلالة n و α ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$, (C_f) تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى بالشكل

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

- (1) المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f)
- (2) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا .
- (3) النقطة $A(-3;1)$ تنتمي الى المنحنى (C_f) .
- (4) الدالة F الدالة الأصلية للدالة f دالة متزايدة تماما على مجموعة تعريفها .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير

1- القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ والمعرفة كمايلي : $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ هي :

- (أ) $\frac{1}{9}$ (ب) $-\frac{8}{9}$ (ج) $\frac{8}{9}$

2- الدالة الأصلية للدالة h حيث : $h(x) = e^{2x+3}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة -1 هي الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

- (أ) $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$ (ب) $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} + \frac{e}{2}$ (ج) $H(x) = -\frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$

3- حل المعادلة $e^{x+2}e^{2x-3} = 5$ يساوي :

- (أ) $\frac{1-\ln 5}{3}$ (ب) $\frac{1+\ln 5}{3}$ (ج) $\frac{-1-\ln 5}{3}$

4- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2+\ln x}$ هي: (أ) $+\infty$ (ب) $-\infty$ (ج) 0

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 6x - 4$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.6; 0.7[$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$

(3) - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ- أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.

(5) - أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) - بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $x_0 \in]-1.3; -1.2[$

(7) - أنشئ المنحني (C_f) , (T) و (Δ) .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $h(x) = f(|x|)$

أ- بين أن الدالة h زوجية

ب- اشرح كيفية انشاء منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.