



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول (06 نقاط):

من بين الإجابات الثلاثة المقترحة، اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير

(1) النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \ln \left(\frac{x+2}{x^2-4x+5} \right) \right)$ تساوي:

(أ) 1 (ب) $+\infty$ (ج) $-\infty$

(2) قيمة التكامل $\int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$ تساوي:

(أ) $\frac{4}{15}$ (ب) $\frac{15}{4}$ (ج) $\frac{1}{4}$

(3) حلول المعادلة $3 \ln x - \ln 2x = \ln(3x-4)$:

(أ) $S = \{-2, 1\}$ (ب) لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ (ج) $S = \{2, 4\}$

(4) حلول المعادلة $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$

(أ) $S = \{-2, 1\}$ (ب) $S = \{0; \ln 3\}$ (ج) $S = \{-4; \ln 2\}$

(5) الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية G على $]0, +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$ هي:

(أ) $G(x) = x^2 + x - \frac{1}{x}$ (ب) $G(x) = x^2 + x - 1 - \frac{1}{x}$ (ج) $G(x) = x^2 + x + \frac{1}{x} - 3$

(6) c عدد حقيقي، الأعداد $c, c+2, c+6$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

(أ) $c = 2$ (ب) $c = -2$ (ج) $c = 4$

التمرين الثاني (6 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ 4u_{n+1} = u_n + 9 \end{cases}$ ، $n \geq 0$ حيث α عدد حقيقي

(1) عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

نضع $u_0 = 4$

(2) احسب u_1 و u_2

(3) بين أنه من أجل عدد طبيعي $n : u_n \geq 3$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = u_n - 3$

(أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) استنتج v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n .

(ج) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثالث (08 نقاط):

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (يُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (2x - 4) \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

(2) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

(3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) (أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(ب) أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى: $f(\alpha) \approx 0,41$)

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

(أ) بيّن أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $x = 1, y = 0$

و $x = 2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (04 نقاط):

في كل ما يلي اختر الإجابة الصحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التعليل:

السؤال	الاقتراح الاول	الاقتراح الثاني	الاقتراح الثالث
حل المعادلة $\ln(x-2)^2 = 1$ على المجال $]2; +\infty[$ هو:	$2 + \frac{1}{e}$	$2 + \sqrt{e}$	$2 - \sqrt{e}$
العدد $\ln(4^n) - n \ln 2$ حيث $n \in \mathbb{N}$ يساوي:	$n \ln 2$	$\frac{\ln 4}{\ln 2}$	2
القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[1, 2]$ حيث:	3	1	$\ln 2$
النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+2}}{3^n}$ تساوي	3	9	6

التمرين الثاني (05 نقاط):

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ وبالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أحسب u_1, u_2 و u_3 .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

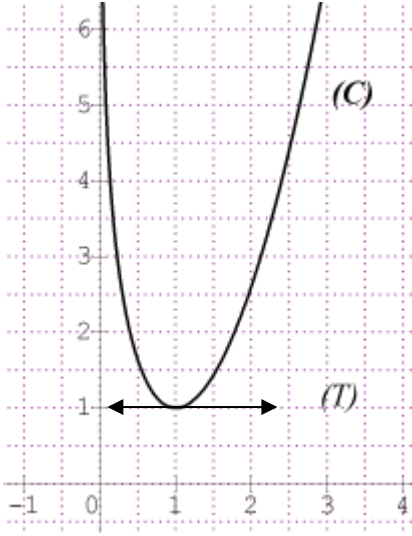
أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول v_0

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n)

(4) أحسب بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

التمرين الثالث (04 نقاط):



f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بتمثيلها البياني المقابل (C) .

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل.

(1) المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]0; +\infty[$.

(2) $f'(1) = 2$

(3) من أجل كل x من $]2; +\infty[$: $f'(x) < 0$

(4) $f\left(\frac{3}{4}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

التمرين الرابع (07 نقاط):

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يُطلب تعيينه.

(2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أ - بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب - شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

(5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

(6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(7) أ - عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقق: $F(2) = -10$.

ب - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

$x = 1$ و $x = 2$.