اختر أحد الموضوعين و أجب عنه

الموضوع الأول (20نقطة)

التمرين الأول:(06ن)

f و g دالتين معرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x+\frac{2\ln x}{x}$ و $g(x)=x^2+2-2\ln x$

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ و إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$
2. على المجال $]0,+\infty[$ إشارة g' هي إشارة x-1 .
3. g تقبل قيمة حدية عظمي تساوي 3 على $]0,+\infty[$.
4. f متناقصة على المجال $]0,+\infty[$
5. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1\prec\alpha\prec 2$
6. منحنى الدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$.

التمرين الثاني:(06ن)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\begin{cases}u_1+2u_2+u_3=40\\u_1^2-u_2^2+u_3^2=150\end{cases}$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .
2. أحسب الأساس r وال حد الأول u_0 ثم أكتب عبارة u_n بدلالة n .
3. هل 2015 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟
4. أ- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

   ب- عين قيمة العدد الطبيعي n حيث : $S_n=330$
5. نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_{2n+1}$

   أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

   ب- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n^{'}=v_0+v_1+\ldots+v_n$

التمرين الثالث:(08ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـــ: $f(x)=\frac{-x^2-3x-3}{x+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0;\vec{i},\vec{j})$

1. عين الأعداد الحقيقية a، b وc حيث من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}$
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.
3. أ- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) .

   ب- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .
4. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5. بين أن نقطة تقاطع المستقيمن المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
6. أكتب معادلة المستقيم (Δ)مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
7. أ- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة.
8. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب $x=-5$ و $x=-3$

   ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة f(x)=m
9. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بالعبارة : $h(x)=|f(x)|$.

   أ- أدرس إشارة f(x).

   ب- أكتب عبارة h(x) دون رمز القيمة المطلقة.

   ج- اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول (07ن):

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{3x^3+2}{2x^2}$ هي الدالة F المعرفة بـ: $F(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{x}$
2. f دالة سالبة تماما على $[1;3]$. إذا كانت F دالة أصلية على $[1;3]$ فإن: $F(2,1)>F(2,2)$.
3. دالة أصلية للدالة $g:\mapsto \frac{1}{x(x+1)}$ على $]0;+\infty[$ هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x)=\ln\frac{x}{x+1}$
4. مجموعة حلول المتراجحة $x\ln(0,2)-5\geq 0$ هي: المجال $\left]-\infty;\frac{5}{\ln(0,2)}\right]$.
5. إذا كانت $f(x)=x\ln x$ فإن $f'(x)=1+\frac{1}{x}$.
6. الدالة $f:x\mapsto \ln\left(x^2-1\right)$ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$.
7. المعادلة $\ln x^2=\ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\square$

التمرين الثاني(06ن):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\square$ كمايلي : $u_0=7$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-\frac{3}{4}$

1. أحسب u_1 ، u_2 .
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq -1$
3. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=-\frac{3}{4}(u_n+1)$
4. أدرس اتجاه تغير (u_n) . ماذا تستنتج ؟
5. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n=u_n+1$

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0.

ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n

6. أحسب $\lim\limits_{x\to\infty}u_n$
7. أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.
8. أحسب المجموع: $S_n^{'}=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الثالث(07ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=2-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا .
2. أ- أحسب الدالة المشتقة للدالة ثم أدرس إشارتها .
   ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ- حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=2$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2$.
   ب -أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)
4. أرسم (C_f) و (Δ) .
5. لتكن الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $H(x)=\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

   أ- بين ان H أصلية للدالة h حيث من أجل كل عدد x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$

   ب- أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمات التي معادلاتها $x=3$ و $x=e$

مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالتوفيق

انتهى الموضوع الثاني