الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية تلمسان

المستوى: 3 تسيير و اقتصاد

مادة الرياضيات

اختبار الفصل الأول	المدة: ساعتان	يوم

♦ التمرين الأول: (07 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 6$ و بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1) أحسب u_3, u_2, u_1 .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n \geq 4$.

3) بين أن (u_n) متتالية متناقصة . هل (u_n) متتالية متقاربة ؟ عين نهايتها .

4) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 4$

أ) بين أنَّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0.

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

♦ التمرين الثاني: (06 نقاط)

I. (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $\begin{cases} u_2 + u_4 = 4 \\ u_0 = -1 \end{cases}$.

1) عين أساس هذه المتتالية مستنتجا اتجاه تغيرها.

2) أكتب u_n بدلالة n .

3) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = \left(u_1 + \frac{1}{2}\right) + \left(u_2 + \frac{1}{2}\right) + \ldots + \left(u_n + \frac{1}{2}\right)$.

II. (v_n) متتالية عددية معرفة بالعلاقة التراجعية التالية:

$$\begin{cases} v_{n+1} = \left(a^2 - 3\right)v_n + 2a^2 - a \\ v_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

a عدد حقيقي

1) عين قيمة a بحيث تكون (v_n) متتالية حسابية

2) عين قيمة a بحيث تكون (v_n) متتالية هندسية.

♦ التمرين الثالث: (07 نقاط):

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$.

و لكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

اقلب الصفحة

2.أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$.

ب- عين اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

3.أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة $\omega(0;1)$.

4.عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل . (ارشاد: حل المعادلة: $f(x)=0$)

5.أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع

بالتوفيق للجميع ... أستاذ المادة : شعبان

التمرين	التصحيح النموذجي	العلامة	ملاحظات
التمرين الأول	لدينا $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$ و $u_0=6$. **1.حساب الحدود :** $u_1=\frac{1}{4}(6)+3=\frac{9}{2}$ $u_2=\frac{1}{4}\left(\frac{9}{2}\right)+3=\frac{33}{8}$ $u_3=\frac{1}{4}\left(\frac{33}{8}\right)+3=\frac{129}{32}$ **2. البرهان بالترجع:** **من أجل:** $n=0$ **لدينا:** $u_0=6\geq 4$. **نفرض أن فرضية التراجع صحيحة:** $P(n)....u_n\leq 4$ **من أجل كل عدد طبيعي** n **و نتحقق من صحتها من أجل الرتبة** $n+1$ **أي:** $u_{n+1}\geq 4$. **3.اثبات أن** (u_n) **متتالية متناقصة** **لدينا :** $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$ **بما أن :** $a=\frac{1}{4}>0$ **و** $u_1-u_0=\frac{9}{2}-6=\frac{-3}{2}<0$ **اذن** (u_n) **متتالية متناقصة.** **بما أن** (u_n) **متتالية متناقصة و محدودة من الأسفل فانها متقاربة.** **4.** $v_n=u_n-4$ **أ-بما أن :** $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{1}{4}$. **اذن** (v_n) **متتالية هندسية أساسها** $\frac{1}{4}$ **و حدها الأول:** $v_0=u_0-4=6-4=2$. **ب- عبارة الحد العام للمتتالية** (v_n) **:** $v_n=2\left(\frac{1}{4}\right)^n$. $\lim\limits_{n\mapsto+\infty}v_n=\lim\limits_{n\mapsto+\infty}2\left(\frac{1}{4}\right)^n=0$ **لأن:** $0<q<1$. **ج.** $u_n=v_n+4=2\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$ **و منه:** $\lim\limits_{n\mapsto+\infty}u_n=\lim\limits_{n\mapsto+\infty}2\left(\frac{1}{4}\right)^n+4=4$. **د. حساب المجموع:** $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ $=2\left(\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}}\right)+4(n+1)$ $=\frac{8}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)+4n+4$		

التمرين الثاني

I. (u_n) **المتتالية الحسابية المعرفة على** $\mathbb{N}$ **بالعبارة:** $\begin{cases} u_2+u_4=4 \\ u_0=-1 \end{cases}$.

1) أساس هذه المتتالية :

$$u_2=u_0+2r=-1+2r$$
$$u_4=u_0+4r=-1+4r$$

و بالتعويض نجد : $r=1$

بما أن : $r=1>0$ **فان** (u_n) **متتالية متزايدة**

2) أكتب u_n **بدلالة** n . $u_n=-1+n$

3) احسب المجموع S_n **بدلالة** n **حيث:** $S_n=\left(u_1+\frac{1}{2}\right)+\left(u_2+\frac{1}{2}\right)+...+\left(u_n+\frac{1}{2}\right)$.

$$S_n=u_1+u_2+...+u_n+\frac{1}{2}n$$
$$=n\left(\frac{u_1+u_n}{2}\right)+\frac{1}{2}n$$
$$=n\left(\frac{-1+n}{2}\right)+\frac{1}{2}n$$

II. (v_n) **متتالية عددية معرفة بالعلاقة التراجعية التالية:**

$$\begin{cases} v_{n+1}=\left(a^2-3\right)v_n+2a^2-a \\ v_0=\frac{1}{2} \end{cases}$$

a **عدد حقيقي**

1) تعين قيمة a **بحيث تكون** (v_n) **متتالية حسابية:**

يعني العلاقة التراجعية يجب أن تكتب من الشكل: $v_{n+1}=v_n+2a^2-a$ **أي:** $\left(a^2-3\right)=1$ **نقوم بحل المعادلة نجد:** $a=-2, a=2$.

2) تعين قيمة a **بحيث تكون** (v_n) **متتالية هندسية .**

يعني العلاقة التراجعية يجب أن تكتب من الشكل: $v_{n+1}=\left(a^2-3\right)v_n$ **أي:** $2a^2-a=0$ **نقوم بحل المعادلة نجد:** $a=\frac{1}{2}, a=0$.

التمرين الثالث

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+1}$.

1.أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ،

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x+1}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

التفسير البياني:

المستقيم ذا المعادلة $y=1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $-\infty$ ،

2.أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$.

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$

ب- عين اشارة $f'(x)$

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $(x^2-1)^2>0$ **و بالتالي: اشارة $f'(x)$ من اشارة البسط أي:**

$-4(x^2-1)$: (لاحظ جدول الاشارة)

شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-1		1		$-\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	1	↘	$f(-1)$	↗	$f(1)$	↘	1

$f(1)=3$

$f(-1)=-1$

3.أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة $\omega(0;1)$.

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$y=4x+1$

4.عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل . (<u>ارشاد</u>: حل المعادلة: $f(x)=0$)

$f(x)=0.$

تكافئ: $\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+1}=0$ **و بالتالي حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.** $A(-2-2\sqrt{3};f(-2-2\sqrt{3}))$ و $B(-2+2\sqrt{3};f(-2+2\sqrt{3}))$

5. رسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .