

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 ن)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $4u_{n+1} = u_n + 9$

(1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة

(2) نضع $u_0 = 4$ احسب u_1 و u_2 .

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

(5) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن : $v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثاني (05 ن)

يوضح الجدول التالي تطور فاتورة الكهرباء (بآلاف الدنانير) لمصنع ما بين السنوات : 2002 – 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
المبلغ y_i	105	112	116	120	124	131	139	148

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم مبدؤه (0 ، 100000) حيث

(2) عين إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط.

(3) عين معادلة ديكارتية لمستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل : $y = ax + b$

(4) عين مبلغ فاتورة الكهرباء سنة 2012

(5) في أي سنة يفوق مبلغ الفاتورة 170 ألف دينار.

التمرين الثالث (04 ن)

بينت دراسة إحصائية لتلاميذ السنة الثالثة ثانوي بإحدى الثانويات أن 30% من التلاميذ قدموا من الأكاديمية A و 45% من الأكاديمية B والبقية من الأكاديمية C.

بعد اجتياز التلاميذ لامتحان البكالوريا تبين مايلي: نجح في الامتحان 25% من التلاميذ القادمين من الأكاديمية A و 18% من الذين قدموا من الأكاديمية B و 84% من الذين قدموا من الأكاديمية C.

نختار تلميذا من تلاميذ السنة الثالثة ثانوي بطريقة عشوائية بعد اجتياز امتحان البكالوريا.

يرمز R إلى الحادثة " التلميذ المختار نجح في الامتحان "

يرمز A إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية A "

يرمز B إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية B "

يرمز C إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الأكاديمية C "

(1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

(2) بين أن: $P(C \cap R) = 0,21$

(3) احسب $P(R)$ احتمال الحادثة R

(4) احسب الاحتمال الشرطي $P_R(B)$

التمرين الرابع (07 ن)

I. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = a + \frac{b \ln x}{x}$

حيث a و b عدداً حقيقيين. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm.

(1) عين قيمتي a و b بحيث $f(1) = 1$ و $f'(1) = 2$

II. نضع فيما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = 1$.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; 1[$ حيث: $0,70 < \alpha < 0,71$.

(6) أنشئ (C_f) و (T).

III. الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\ln x)^2$

(1) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \frac{2 \ln x}{x}$ في المجال $]0; +\infty[$.

(2) استنتج الدالة الأصلية للدالة f في المجال $]0; +\infty[$ ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بين (C_f) والمستقيمات

التي معادلاتها $x = 1$ ، $x = e$ و $y = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 ن)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 2$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أحسب u_1, u_2 و u_3 .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة محدد نهايتها.

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) أحسب بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

التمرين الثاني (05 ن)

في مدينة ما يدفع المواطن ضريبة حسب دخله الشهري كما هو موضح في الجدول

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y_i	0.1	0.2	0.25	0.4	0.5	0.65	0.7	0.8

الثنائية $(0.4; 0.25)$ تعني 40% من المواطنين يدفعون 25% من الضريبة الكلية للمدينة

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس باختيار سلم مناسب.

(2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G

(3) نعتبر المتغير الإحصائي $z = \ln y$ حيث $y > 0$

أ) أكمل الجدول التالي (قرب النتائج إلى 10^{-2})

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
z_i								-0.22

ب) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل : $z = ax + b$

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة ثلاثة آلات A ، B و C بحيث:

- الآلة A تضمن 20% من الإنتاج و 5% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة B تضمن 30% من الإنتاج و 4% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة C تضمن 50% من الإنتاج و 1% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.

نختار عشوائيا مصباحا كهربائيا.

(1) ما هو احتمال أن يكون :

(أ) المصباح غير صالح ومصنوع من A .

(ب) المصباح غير صالح ومصنوع من B .

(ج) المصباح غير صالح ومصنوع من C .

(2) احسب الاحتمال أن يكون المصباح غير صالح.

التمرين الرابع (07 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x + 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) عين نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $-\infty$.

(2) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f).

(3) أدرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = e^x \left(e^x - 3 + \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right)$

(5) استنتج نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$

(6) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أن: $f'(x) = (2e^x - 1)(e^x - 1)$

(7) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(8) عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

(9) أنشئ (T)، (D) و (C_f) في نفس المعلم.

(10) أحسب بالسنتيمتر المربع (cm^2) المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين

اللذين معادلتهما $x = \ln 3$ و $x = 0$.