

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

* التمرين الأول : (04 نقاط)

لتفسير ارتفاع درجة حرارة الغلاف الجوي (الاحتباس الحراري) ، تم قياس متوسط درجة الحرارة السنوية لكوكب الأرض بين السنتين 1974 و 1998 ، سجلت النتائج في الجدول ادناه :

السنة	1974	1978	1982	1986	1990	1994	1998
رتبة السنة x_i	4	8	12	16	20	24	28
درجة الحرارة المثوية y_i	19.12	19.70	19.62	20	20.60	20.88	20.92

1- مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الاحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0; 19)$

($1cm$ لكل 4 سنوات على محور الفواصل و $1cm$ لكل 0.2 درجة على محور الترتيب) .

2- عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .

3- بين أن معادلة (D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = 0.078x + 18.872$ ثم أرسمه .

4- (أ) - بقراءة بيانية ، قدر درجة الحرارة في سنة 2019 .

ب- باستعمال التعديل السابق ، بدايةً من أية سنة ستتجاوز درجة الحرارة 23 درجة مئوية ؟

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3}$

(1) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 1$

(2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج انها متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 1$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب. أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

ج. استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1$ ثم عين نهاية المتتالية (u_n) .

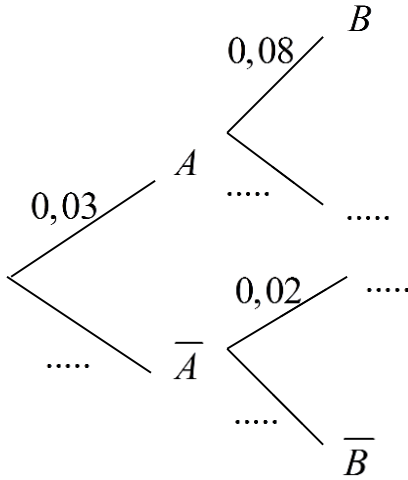
د. نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ ، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + n - 3$.

*** التمرين الثالث : (04 نقاط)**

ينتج مصنع مجموعة كبيرة من أجهزة تكييف الهواء من المُرَجَّح أن يكون بها عيبان a و b .
لقد أدت دراسة احصائية للإنتاج إلى النتائج الآتية:

- 3% من الأجهزة بها العيب a .
 - 8% من الأجهزة التي بها العيب a ، بها العيب b كذلك.
 - من بين المكيفات السليمة من العيب a يوجد 2% بها العيب b .
- نختار عشوائيا جهاز من بين المجموعة ، نرمز بالحادثة A "الجهاز المختار به العيب a "
و الحادثة B "الجهاز المختار به العيب b ".

نمثل الوضعية في الشجرة المقابلة.



1. أنقل ثم أكمل الشجرة .

2. أحسب الإحتمالات التالية: (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-3})

- احتمال أن يكون الجهاز به العيبان a و b .
- احتمال أن يكون الجهاز به العيب b فقط.
- احتمال أن يكون الجهاز سليما من أي عيب .
- احتمال ان يكون الجهاز به العيب a علما ان به العيب b .

التمرين الرابع (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR : $f(x) = \frac{4-4e^x}{1+e^x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا

2. أ. احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيب 0 .

4. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

5. نعتبر الدالة g المعرفة على IR بالعلاقة : $g(x) = f(x) + 2x$

أ. ادرس اتجاه تغير الدالة g على IR .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة ثم احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على IR .

ج. استنتج الوضع النسبي للمماس (T) و المنحنى (C_f) . ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

6. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

7. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 4 - \frac{8e^x}{1+e^x}$

8. احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذان معادلتهما :

$$x = 0 \text{ و } x = -3$$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل عدد زوّار موقع على شبكة الأنترنت (بالآلاف) خلال ثمانية أسابيع الأولى من إنشائه .

رتبة الأسبوع x_i	1	2	3	4	5	6
عدد الزوار y_i	205	252	327	349	412	423

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و متجانس بأخذ 1cm لكل أسبوع على محور الفواصل و 1cm لكل 50 زائر على محور الترتيب .

2. تعطى معادلة مستقيم الانحدار (D) وذلك باستعمال طريقة المربعات الدنيا كما يلي : $y = 45x + 137$

باستعمال التعديل الخطي السابق ، أحسب عدد زوار الموقع خلال الأسبوع العاشر .

3. نلاحظ أن تزايد عدد الزوار خلال الأسابيع الأخيرة يكون قليل جدا ، لهذا نضع $z = \ln(x)$.

(أ) أتمم الجدول التالي ، تدور النتائج إلى 10^{-3}

رتبة الأسبوع x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln(x_i)$	0	0.693				
عدد الزوار y_i	205	252	327	349	412	423

(ب) بين أن معادلة (d) مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة z هي : $y = 128z + 188$ (قيمتا a و b مدورتان للوحدة)

4. (أ) استعمل التسوية الجديدة لتقدير عدد الزوار في الأسبوع العاشر (تدور النتيجة إلى الوحدة) .

(ب) باستعمال التسوية الجديدة ، عين رتبة الأسبوع الذي يبلغ فيه عدد الزوار 600 زائر .

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 100 منخرط في إحدى النوادي السياحية .

الصف / الجنس	رجال	نساء
ممارسة الرياضة		
يمارس رياضة	48	12
لا يمارس رياضة	16	24

نختار عشوائيا منخرطا في النادي .

لتكن H حادثة " السائح المختار رجل " و F حادثة " السائح المختار امرأة " و S حادثة " المنخرط يمارس رياضة "

(1) اكمل شجرة الاحتمالات التالية :

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ. السائح المختار امرأة .

ب. السائح المختار رجل يمارس رياضة .

ج. سائح لا يمارس أية رياضة .

د. السائح المختار لا يمارس اية رياضة علما أنه رجل .

(3) هل الحادثتان : " السائح المختار لا يمارس اية رياضة " و " السائح المختار رجل " مستقلتان ؟

*** التمرين الثالث : (04 نقاط)**

في أول يناير من سنة 2013 بلغ عدد سكان مدينة حوالي 100000 نسمة ، و خلال كل سنة من السنوات القادمة سيتزايد عددهم بنسبة 5% بأخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد و الموتى ، و هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة .
من أجل كل عدد طبيعي n نسمي u_n إلى عدد سكان المدينة في 01 يناير من السنة $(2013 + n)$.

(1) عيّن u_0 ثم أحسب u_1 و u_2 ، هل المتتالية (u_n) حسابية ؟ وهل هي هندسية ؟ علل .

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n + 4000$.

ب. هل يتزايد عدد السكان من سنة إلى أخرى ؟ برر اجابتك .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 80000$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 1.05 يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 180000 \times (1.05)^n - 80000$.

ج. قدر عدد سكان المدينة سنة 2019 .

التمرين الرابع : (08 نقاط)

أ. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$ حيث a و b عدداً حقيقيين وتمثيلها البياني (C) معطى في الشكل أدناه. ولتكن النقطتان $A(1; 2)$ و $B(e; e^2 - 1)$ من (C)

(1) بين أن : $a = 1$ و $b = -2$

(2) استنتج بيانياً إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$f(x) = x + \frac{1}{x} + 2 \frac{\ln(x)}{x}$ و ليكن (C_f) المنحنى الممثل

لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ. بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ثم فسر النتيجة بيانياً .

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته $y = x$

عند $+\infty$ ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.52 \leq \alpha \leq 0.53$ ثم استنتج نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = (\ln(x))^2$

أ. بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x) = 2 \frac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

ب - أحسب المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$

