

التمرين الأول (4 نقط)

F و f دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ و $F(x) = \frac{x}{1+x^2}$

(1) بين أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

(2) استنتج $I = \int_0^1 \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} dx$ وفسر بيانها النتيجة ؟

(3) أعط كل الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

(4) جد الدالة الأصلية G للدالة f والتي تحقق $G(1) = 1$

التمرين الثاني (5 نقط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{R}$ بحدها الأول $u_0 = 15$ و أساسها $q = \frac{1}{2}$

نعرف المتتالية (v_n) بـ : $v_n = \ln(u_n)$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$

(1) بين أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \ln 15 - n \ln 2$

(2) اثبت أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطاب تعيين أساسها وحدها الأول

(3) نضع : $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

أ- احسب s_n بدلالة n

ب- ادرس نهاية (s_n)

(4) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، نضع $p_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

أ- اثبت أن $p_n = e^{s_n}$

ب- ادرس نهاية المتتالية (p_n)

التمرين الثالث (7 نقط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

$(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ما ذا يمثل هذا الحل هندسيا ؟

(2) أ- ادرس نهاية f عند $-\infty$. فسر النتيجة بيانيا ؟

ب - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

ت- استنتج نهاية f عند $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا ؟

(3) احسب $f'(x)$ و ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f(x) - (x+1)$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$

ب- ادرس اتجاه تغير g ، احسب $g(0)$ و ادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ت- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

(6) ارسم (T) و (C_f)

بالتوفيق