

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (10 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{8}{5} & ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي:}$$

(I) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = 2$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

(II) في كل مايلي نضع: $\alpha = 5$.

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، ثم استنتج أنه من أجل عدد طبيعي

$$n \text{ فإن: } u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{23}{4} + 2n - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$$

التمرين الثاني: (10 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) 1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

(2) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف، ثم استنتج وجود مستقيم مفارب عمودي (d)

للمنحني $(\mathcal{C}_f)$.

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، ثم أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$

بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(II) 1 بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2 شكل جدول تغرات الدالة f .

3 عين معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

(III) 1 بين أن النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

2 أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمات (d) ، (Δ) و (T) .

3 بواسطة قراءة بيانية حدد، حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد حلول معادلة: $f(x) = m$.

أساتذ المادة: فراجتية