

المدة: 03 ساعات و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول:

يمثل الجدول الآتي إنتاج محصول البطاطا بالمليون طن ما بين السنوات 2011-2015

السنة	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة	1	2	3	4	5
المنتج بالمليون طن	1	1.1	1.2	1.4	1.5

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد .
(على محور الفواصل 1cm يمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب 3cm يمثل 1 مليون طن)
2. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G .
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السحابة
تكتب على الشكل $y = 0.13x + 0.85$.
4. أ) ارسم المستقيم في المعلم السابق.
ب) ما هو الإنتاج المتوقع سنة 2020 ؟
ج) ابتداء من أي سنة يتجاوز المنتج 3 ملايين طن ؟

التمرين الثاني:

- (u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.
1. احسب u_1 ، u_2 و u_3 .
 2. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .
 3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n = u_{n+1} - u_n$.
أ) عين عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n) .
ب) هل العدد 2016 حد من حدود المتتالية (v_n) ؟ .
 4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = (n+1)(n+2)$.

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_{n+1} - u_0$.

ج) استنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $R - \{3\}$ بـ : $g(x) = ax + b - \frac{1}{x-3}$

حيث a و b عددين حقيقيين و ليكن (C) تمثيلها البياني .

1) عين كل من a و b علما أن:

(C) يمر بالنقطة $A(2; 1)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل .

2) بين أن النقطة $I(3; 3a + b)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{3\}$ بـ : $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x-3}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل x من $R - \{3\}$ ، $f(x) = g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة f .

3) احسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)]$ ماذا تستنتج ؟

4) أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 .

7) باستعمال المنحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x) = 3x + m$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$u_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$$

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$. ماذا تستنتج؟

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$.

ب) استنتج طبيعة المتتالية (v_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

3. أ) احسب v_n بدلالة n ثم عبر عن v_n بدلالة u_n .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$.

ج) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج أن (u_n) متتالية مقاربة ثم حدد نهايتها.

التمرين الثاني:

نعتبر السلسلة الإحصائية ذات متغيرين التالية حيث α تعوض إحدى المعطيات المحمية.

x_i	1.2	1.4	1.6	1.8	2
y_i	13	12	14	16	α

تحصلنا على معادلة مستقيم الانحدار وهي : $y = 9x + 0.6$

1. ما هو الوسط الحسابي $\bar{x}$ للقيم x_i ؟

2. عبر عن الوسط الحسابي $\bar{y}$ للقيم y_i بدلالة α .

3. بما أن النقطة المتوسطة تنتمي إلى مستقيم الانحدار أكتب العلاقة بين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

4. احسب قيمة α .

التمرين الثالث:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

2. احسب $g'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة g ثم ادرس إشارتها.

3. استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

4. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II- الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ،

3. عين إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. • بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

• ثم ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) . احسب $f(3)$ ثم ارسم (d) و (C_f) .

5. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

أ) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة h حيث $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) احسب بـ cm^2 المساحة $\sphericalangle$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f)

والمستقيم (d) والمستقيمين $x=1$ و $x=e$.