



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية و التعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM



www.ets-salim.com



021 87 10 51



021 87 16 89



Hai Galloul - bordj el-bahri alger

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

المدة: 3 سا 00

المستوى: الثالثة ثانوي (تسيير واقتصاد) (3ASGE)

مارس 2017

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 3 سا 00

التمرين الاول (6ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = \alpha$ ومن اجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{4}{3}$

(1) عين قيمة الحد الأول حتى تكون (U_n) ثابتة.

(2) نضع $U_0 = -1$.

(ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_n \leq 2$.

(ب) عين اتجاه تغير المتتالية (U_n). ماذا تستنتج؟

(3) نعتبر من اجل كل عدد طبيعي n المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n = U_n - 2$.

(ا) اثبت ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها q وحدها الاول V_0 .

(ب) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

(د) احسب بدلالة n المجموع $S' = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

التمرين الثاني (5ن)

$f(x)$ كثير حدود معرف على R حيث : $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

(1) بين ان $\alpha = 2$ جذر لكثير الحدود $f(x)$.

(2) عين الاعداد الحقيقية a, b, c حيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.

(3) حل في R المعادلة $f(x) = 0$.

(4) استنتج حلول المعادلة : $\ln^3 x + 2\ln^2 x - 5\ln x - 6 = 0$.

التمرين الثالث (9ن)

1. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$.
2. ادرس تغيرات الدالة g .

3. استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x في المجال $]0, +\infty[$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{\ln(x)}{x}$

وليكن (C_f) منحنىها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.

2. استنتج تغير الدالة f .

3. احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا .

4. باستخدام $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$ استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5. ليكن المستقيم (D) الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right)$ واستنتج وجود مستقيم مقارب

مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D)

1. بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

2. بين ان $f'(\alpha) = 1 + \frac{1}{\alpha^2}$ ثم اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α .

3. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

4. انشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (الوحدة 2سم) .

بالتوفيق

تصحيح الاختبار

التمرين الاول

(1) تعين قيمة U_0 حتي تكون (u_n) ثابتة هي $U_0 = 2$

(2) البرهان بالتراجع لتكن الخاصية $p(n)$ من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \leq 2$

المرحلة الاولى اثبات صحة $p(0)$

المرحلة الثانية نفرض ان $p(n)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \leq 2$

ونرهن ان الخاصية $p(n+1)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} \leq 2$

(3) اثبات ان متزايدة نحسب الفرق $u_{n+1} - u_n$ نجد $u_{n+1} - u_n \geq 0$

الاستنتاج المتتالية متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

(4) اثبات ان المتتالية (V_n) هندسية

لدينا $V_{n+1} = U_{n+1} - 2$ بالتعويض نجد $V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n$ ومنه (V_n) متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{3}$

(5) ا) عبارة الحد العام V_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $V_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ب) عبارة الحد العام U_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $u_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0 \quad -1 < q < 1$$

$$S_n = \left[\frac{9}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} - \frac{9}{2} \right] \text{ (المجموع)}$$