

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا ، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2002 و 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة y_i %	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2002 و 2009 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
2. اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) . (y بدلالة x) (المعاملان مدوران الى 10^{-2}). ثم أنشئه في نفس المعلم.
- قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2015 (باعتبار ان نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة)

3 . بوضع $Z_i = \ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اتممه :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i = \ln(y_i)$								

- أ . عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار. (z بدلالة x) (تدور النتائج الى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x
- ب. نعلم أنه في الواقع كانت نسبة الناجحين بتقدير سنة 2015 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ، عل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$.

- 1) احسب u_1, u_2, u_3 , وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- 2) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.
- (ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما، هل المتتالية (u_n) متقاربة؟.
- 3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 1$.
- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟
- 4) أحسب بدلالة n كل من : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة
عينها مع التعليل :

1- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,7$ ، $P(B)=0,2$ فان :

(أ) $P(A \cup B)=0,9$ ، (ب) $P(A \cup B)=0,76$ ، (ج) $P(A \cap B)=0,5$

2- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,6$ ، $P(A \cup B)=0,8$ فان :

(أ) $P(A \cap B)=0,48$ ، (ب) $P(B)=0,2$ ، (ج) $P_A(B)=0,5$

3 - اذا كانت تجربة عشوائية مخارجها 2، 3، a (a عدد حقيقي) بحيث $P(2)=\frac{1}{2}$ ، $P(3)=\frac{1}{3}$ ، $P(a)=\frac{1}{6}$ فان :

الامل الرياضي لهذه التجربة ينعدم من اجل: (أ) $a=-12$ ، (ب) $a=6$ ، (ج) $a=-5$

4- f دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. اذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m=2$ ، فان

$I = \int_1^4 f(x) dx$ يساوي : (أ) $I=6$ ، (ب) $I=3$ ، (ج) $I=5$

التمرين الرابع : (06 نقاط)

I (ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$)

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أ - عين $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ(C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية

(C_f) بالنسبة الى (Δ)

ج - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د - انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

و - احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمت $x = 1$ ، $x = e$

$y = x - 1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهورات حمراء (R) و زهرتين صفراوين (J) نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة و بدون اجاع .

1- مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات.

2- احسب احتمال الحوادث التالي

أ) A حادثة " الحصول على زهرتين حمراوين "

ب) B حادثة " الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون "

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهورات الصفراء المختارة.

أ) ماهي قيم X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي و تباينه.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases} : (u_n) \text{ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث:}$$

1) أ - بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب - احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n .

ج - احسب بدلالة n المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \ln u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب - عبر عن v_n بدلالة n .

ج - احسب بدلالة n الجداء : $p_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط) : الجدول التالي يعطي وزن طفل بالكغ بدلالة طوله بالسنتيمتر .

x_i الطول cm	145	150	155	160	165	170
y_i الوزن kg	50	53	57	62	65	67

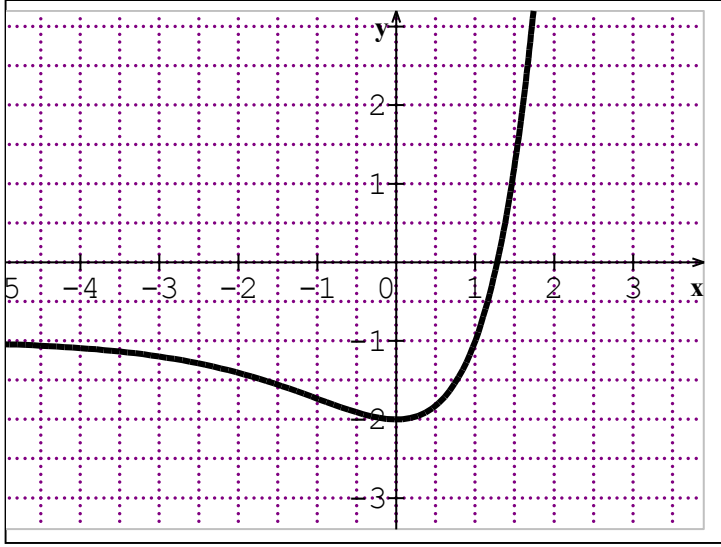
1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$.

2- احسب احداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ و مثلها في المعلم السابق ($1cm$ لكل $10cm$) على

محور الفواصل و يبدأ التدرج من 140 و لكل $1cm$ لكل $2kg$ على محور تراتيب و يبدأ تدرج من 50 .

3- أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x ثم مثله في معلم سابق .

- 4- نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكلف على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الطفل مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال [19;24].
- أ - باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله 185cm.



ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم هل وزن الطفل مثالي ؟
التمرين الرابع : (06 نقاط)

1. g الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة

على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1 + (x-1)e^x$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوى

المنسوب الى معلم متعامد و متجانس

$(o; \vec{i}; \vec{j})$ (الرسم المقابل)

أ (بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب (اثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2. f الدالة المعرفة $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $f(x) = \frac{2x}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم

متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أ . بين انه من كل عدد حقيقي x ان $f(x) = \frac{2}{\frac{e^x}{x} + \frac{1}{x}}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسرنا بيانيا

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ، فسر بيانيا النتيجة .

ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

د . بين انه من x اجل من $\mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

و . انشئ (Δ) و (C_f)

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$

التصحيح النموذجي للموضوع الاول :

التمرين الاول :

0,5	النسبة $a = 26,57$
0,25+0,5	التمثيل
0,25+0,75	$y = 60.96$ $y = 2,73x + 22,74$
0,5+0,75	$z = 0,079x + 3,30$ $y = e^{0.079x+3.3}$
0,5	بالتقدير نجد $y = 81.94$ و بالتالي التعديل الثاني ادق

التمرين الثاني :

4x 0,25	$u_1 = \frac{19}{27}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{1}{3}$ المتتالية متزايدة
0,5	أ) الرهان بالتراجع ان $0 \leq u_n \leq 1$: التاكيد $u_0 = 0$ اذن $p(0)$ محققة نفرض ان الخاصية $p(n)$ صحيحة و نبهرن صحة الخاصية $p(n+1)$ لدينا $0 \leq u_n \leq 1$ بالضرب في $\frac{2}{3}$ و بعد اضافة $\frac{1}{3}$ نجد ان $p(n+1)$ محققة
0,5	ب) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1 - u_n) > 0$ اذن المتتالية متزايدة تماما
0,5	(u_n) مزايده و محدوده من الاعلى فهي متقاربة
0,5	اذن $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$ اذن متتالية هندسية اساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الاول $v_0 = 1$
0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = 0$ ، $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$ ، $v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ نستنتج انهما متقاربتين
0,5	$S'_n = 3 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right) + n + 1$ ، $S_n = 3 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right)$

التمرين الثالث :

01	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - (0,7 \times 0,2) = 0,76$
01	من نفس العلاقة نجد ان $p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(B)} = 0,5$
01	الامل الرياضياتي ينعدم من اجل $a = -12$
01	$I = 6$

01	اشارة $g(x)$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>-</td><td>+</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$g(x)$		-	+
x	0	1	$+\infty$						
$g(x)$		-	+						
0.25+0.25	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ مستقيم مقارب لـ (f) .								
0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$								
0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$								
0.50	(C_f) يقع فوق (Δ) على $[0;1]$ و يقع تحت $[1; +\infty[$								
0.1	$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$								
0,75	جدول التغيرات								
01	التمثيل البياني								
0.5	$A = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$								

التصحيح النموذجي الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

01	شجرة الاحتمالات
01	$p(A) = 0,3 , p(B) = 0,3$
0,50	قيم x هي $0;1;2$
0,50	قانون الاحتمال : $p(x = 1) = 0,6 , p(x = 0) = 0,3$ $p(x = 2) = 0,1$
01	الامل الرياضي $V = 0,36 , E = 0,8$

التمرين الثاني :

01	$q = e^{-2}$
0,50	$U_n = e^{-2n} , U_0 = 1$
0,50	$S_n = \frac{1 - e^{-2n-2}}{1 - e^{-2}}$
01	$v_0 = 1 / r = -2$ متتالية حسابية (v_n)
0,50	$v_n = -2n + 1$
0,50	$p_n = e^{\frac{n+1}{2}(1-2n)}$

التمرين الثالث :

0,50	التمثيل البياني
0,50	$G(157,5;59)$
01	$y = 0,72x - 54,40$
0,50	$y = 79,2$
0,50	نعم الوزن مثالي 23,14

01	جدول تغيرات g <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td><td style="text-align: center;">$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$g'(x)$</td><td style="text-align: center;">$+$</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$g(x)$</td><td style="text-align: center;"> </td></tr> </table>		$-\infty$ 0 $+\infty$	$g'(x)$	$+$	$g(x)$	
	$-\infty$ 0 $+\infty$						
$g'(x)$	$+$						
$g(x)$							
0,50 0,50	اثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α اشارة $g(x)$: سالبة على $]-\infty; \alpha]$ و موجبة على $[0; +\infty[$						
+0,25 +0,25 0,25	بين انه من كل عدد حقيقي x ان $f(x) = \frac{2}{e^x + \frac{1}{x}}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $y = 0$ مستقيم مقارب						
x30,25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x] = 0$ / $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ مستقيم مقارب مائل $y = 2x$						
0,50	(C_f) يقع فوق (Δ) على $]-\infty; 0]$ و يقع تحت $[0; +\infty[$						
0,50	بين انه من x اجل من $\mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$						
+0,25 0,25	اتجاه التغير : الدالة متزايدة على $]-\infty; \alpha]$ و متناقصة على $[\alpha; +\infty[$ جدول التغيرات						
0,50	التمثيل البياني						
0,50	المناقشة : على المجال $]-\infty; 0]$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب و على المجال $[0; f(\alpha)[$ المعادلة تقبل حلين موجبين و من اجل $m = f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل وحيد و على المجال $[\alpha; +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلا						

