

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة 2 ساعات

المستوى: 3 تسيير اقتصاد

التمرين الأول : (4 نقاط)

اختر الجواب الصحيح :

الجواب الثالث	الجواب الثاني	الجواب الاول	
$[-2; 3[$	$[-2; 1[$	$\mathbb{R}$	دالة الجزء الصحيح E مستمرة على
			دالة مستمرة على المجال $[0.2]$ ممثلة بالبيان
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$	المستقيم ذو المعادلة $y = 3$ مستقيم مقارب ل (g) إذا كان
$f(b) < 0$ و $f(a) < 0$	$f(a) \times f(b) < 0$	$f(x)$ و $f(b)$ من نفس الإشارة	f دالة مستمرة و مناقصة تماما على $[a, b]$ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد في $[a, b]$ إذا كان

التمرين الثاني (08 نقاط) :

الجدول أدناه يمثل تطور رقم أعمال مؤسسة ما بالملايين الدينارات في المدة من السنة 2000 إلى سنة 2008.

السنة	2000	2001	2004	2008
الرتبة x_i	1	2	5	9
تطور رقم الأعمال y_i	10	20	35	55

- 1- عين إحداثيات النقطة المتوسطة E
- 2- مثل سحابة النقط (x_i, y_i) M_i في معلم.
- 3- بين أن معالم توجيه مستقيم الانحدار (Δ) المحصل عليه بطريقة المربعات الدنيا هو 42,5 (مدور إلى 10^{-2}) ثم عين معادلة مختصرة للمستقيم (Δ)
- 4- باستعمال التعديل السابق أعطي تقاديرا لرقم الاعمال هذه المؤسسة في سنة 2012.
- 5- ابتداء من أي سنة يتعدى رقم الاعمال هذه المؤسسة 100 مليون دينار

التمرين الثالث (08 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N بـ :

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ 3U_{n+1} = 5U_n - 1 \end{cases}$$

1- احسب U_3, U_2, U_1

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq \frac{1}{2}$

3- استنتج أن (U_n) متزايدة تماما

4- نعتبر المتتالية (V_n) معرفة على N بـ : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$

أ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$ ثم استنتج أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

أكتب V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n .

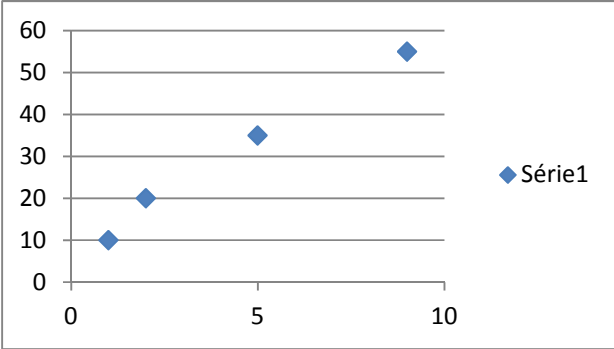
ب / نضع $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

بين أن $S_n = \frac{-33}{4} \left[1 - \left(\frac{5}{3} \right)^{n+1} \right]$

ج/ استنتج بدلالة n المجموع $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

5- أكتب بدلالة n الجداء $V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$

بالتوفيق

العلامة		العلامة	التمرين الاول (04 نقاط)
1.5	4- تقدير لرقم أعمال هذه المؤسسة في سنة 2012 رتبة 2012 هي 13 $Y = 5.4 \times 13 + 6.97$ $Y = 77.43$ 5- نضع y=100	1 1 1 1	الجواب الثالث الجواب الاول الجواب الثالث الجواب الثاني
1.5	$100 = 5.42x + 6.97$ $X = \frac{93.03}{5.42}$ ومنه $5.42x = 93.03$ $X \approx 17.16$ إذن رتبة السنة التي يتعدى فيها رقم الأعمال هذه المؤسسة 100 هي 18 ومنه السنة هي 2017		التمرين الثاني (08 نقاط)
	التمرين الثالث (08 نقاط)		1- تعيين النقطة المتوسطة G $\bar{x} = \frac{1+2+5+9}{4} = 4.25$ $\bar{y} = \frac{10+20+35+55}{4} = 30$ 2- تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ 
0.25	1 حساب U_1, U_2, U_3 $U_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{3}$ $U_1 = \frac{5U_0 - 1}{3} = \frac{29}{3}$	1	
0.25	$U_2 = \frac{5U_1 - 1}{3} = \frac{5 \times \frac{29}{3} - 1}{3} = \frac{29}{3}$	0.5	3- تعيين a معامل توجيه (Δ) $a = \frac{(1/4) \sum_{i=1}^4 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2}$
0.25	$U_3 = \frac{5U_2 - 1}{3} = \frac{5 \times \frac{29}{3} - 1}{3} = \frac{710}{27}$	0.5	$\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 1 \times 10 + 2 \times 20 + 5 \times 35 + 9 \times 55 = 720$
0.25	*2 البرهان بالتراجع : نسمي p(n) الخاصية ($U_n \geq \frac{1}{2}$) مرحلة 1 إذا كان n=0 فإن $U_0 = 6$ ومنه $U_n \geq \frac{1}{2}$ وبالتالى p(0) صحيحة	0.5	$\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 38.75$
	مرحلة 02 نفرض p(n) صحيحة من أجل عدد طبيعي n أي $U_n \geq \frac{1}{2}$	0.5	$a \approx 5.42$
		1	تعيين معادلة (Δ) معادلة (Δ) هي $y = ax + b$ $b = \bar{y} - \bar{x} a$ $b \approx 6.97$ إذن معادلة Δ هي : $y = 5.42x + 6.97$

علامة		العلامة	
0.5	كتابة U_n بدلالة n $U_n = \frac{11}{2} \left(\frac{5}{3}\right)^n + \frac{1}{2} \quad \text{ومنه } U_n = V_n + \frac{1}{2}$	1	نبرهن أن $p(n+1)$ صحيحة أي $U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$ لدينا $U_n \geq \frac{1}{2}$ ومنه $U_n \geq \frac{5}{6}$ و $\frac{5}{6} U_n \geq \frac{5}{6}$ ومنه $\frac{5}{3} U_n - \frac{1}{3} \geq \frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ ومنه $U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$ إذن $p(n+1)$ صحيحة <u>خلاصة</u> من أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$ 3- استنتاج أن U_n متزايدة تماما :
0.5	ب / تبين أن $S_n = -\frac{33}{4} \left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}\right]$ $S_n = V_0 \frac{1-q}{1-q} \quad n+1 \quad \frac{11}{2} = \frac{1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ $S_n = \frac{\left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}\right]}{-\frac{2}{3}}$ $S_n = -\frac{33}{4} \left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}\right]$ ج / استنتاج المجموع $\hat{S}_n$ $\hat{S}_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ $U_n = V_n + \frac{1}{2}$ $\hat{S}_n = \left(V_0 + \frac{1}{2}\right) + \left(V_0 + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(V_0 + \frac{1}{2}\right)$ $\hat{S}_n = S_n + \frac{1}{2} (n+1)$ $\hat{S}_n = -\frac{33}{4} \left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}\right] + \frac{1}{2} (n+1)$	0.25	لدينا $U_n \geq \frac{1}{2}$ ومنه $U_n \geq \frac{1}{2}$ $U_{n+1} \geq 0$ ومنه $U_n \geq \frac{1}{2}$ ادن $U_{n+1} - U_n \geq 0$ ومنه U_n متزايدة تماما على N 4- أ / تبين أن $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$
0.25		0.75	
0.25		1	$V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{5}{3} U_n - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ $V_{n+1} = \frac{5}{3} U_n - \frac{5}{6} = \frac{5}{3} \left(U_n - \frac{1}{2}\right)$ $\frac{5}{3} V_n = V_{n+1}$
0.5		0.25	$V_{n+1} = q \times V_n$ من الشكل $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$ ادن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدها الأول $V_0 = 40 - \frac{1}{2}$
		0.25	$V_0 = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$
0.25	5- كتابة الجداء بدلالة n $V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n = V_0 (V_0 q) (V_0 q^2) \dots \times (V_0 q^n)$ $= (V_0 \times V_0 \times \dots \times V_0) \times (q \times q^2 \times \dots \times q^n)$ $= V_0^{n+1} \times q^{\frac{n(n+1)}{2}}$	0.5	كتابة V_n بدلالة n $V_n = \frac{11}{2} \left(\frac{5}{3}\right)^n + \frac{1}{2} \quad \text{ومنه } V_n = V_0 \times q^n$
0.5	$V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n = \left(\frac{11}{2}\right)^n \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$		