التاريخ 2014/11/30 ثانوية بلحاج قاسم نورالدين السنة الدراسية : 2014 - 2015
المستوى :3 ثانوي تسيير و اقتصاد **الشلف** **اختبار الثلاثي الأول**

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (08 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=\alpha$ حيث α عدد حقيقي و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2$

I. عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (u_n) متتالية ثابتة .

II. في ما يلي نفرض أن $u_0=3$.

1) **أحسب** u_1,u_2,u_3 . خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n **فإن** : $u_n\geq -4$.

3) هل (u_n) متقاربة ؟ حدد نهايتها .

4) **لتكن** (v_n) متتالية عددية معرفة من أجا كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n+4$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أحسب عبارة v_n **بدلالة** n.

ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n-4$. **أحسب** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

د) أحسب بدلالة n **المجموع** : $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ **ثم لستنتج بدلالة** n **المجموع** $S'_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

ورد في مطوية لأمن الطرقات الجدول التالي الذي يعطي مسافة التوقف لسيارة بالمتر بدلالة سرعة السيارة (**كم /سا**)

سرعة السيارة (**كم/سا**) x_i	**50**	**80**	**90**	**100**	**110**
مسافة التوقف y_i (**متر**)	**28**	**58**	**70**	**83**	**98**

1) أ) مثل سحابة النقط للسلسلة $(x_i;y_i)$ **في معلم متعامد** (**على محور الفواصل** $1cm$ **لكل** $10km/h$ على هذا المحور يبدأ التدريج **ابتداء من** 40 **و** $1cm$ **لكل** $10m$ على محور التراتيب)

ب) أحسب احداثيات النقطة المتوسطة G ، ثم علمها في المعلم .

2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار (D) بالمربعات الدنيا هي : $y=1.15x-31.5$ **ثمّ أرسم** (D).

3) ما هي المسافة اللازمة لتوقف سيَارة تسير بسرعة $200km/h$؟

التمرين الثالث: ☹(06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{x^2+2x+3}{x^2}$

1) عين الأعداد الحقيقية a,b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=a+\frac{bx+c}{x^2}$

2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف. **فسر النتائج** هندسيا.

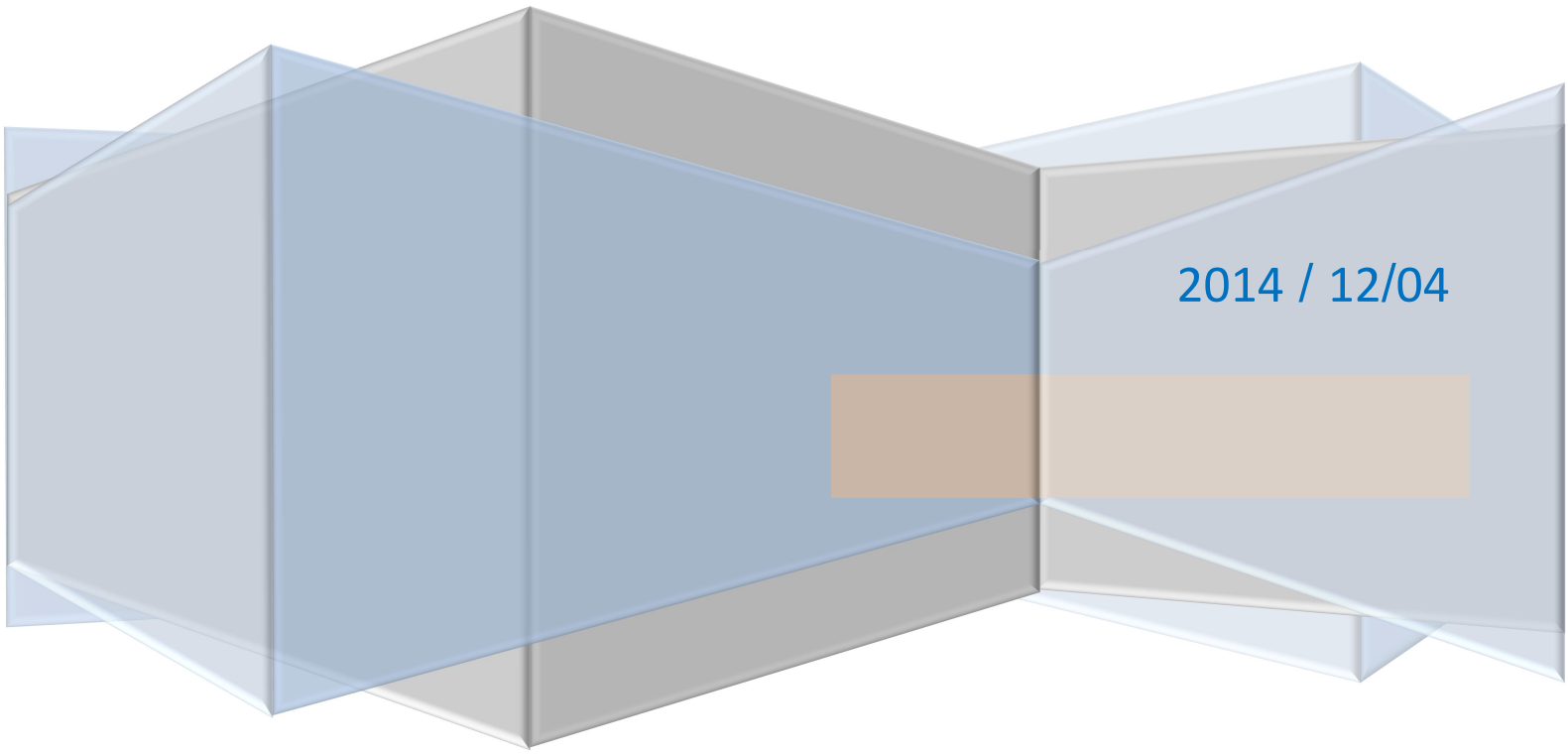
✌بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺ **أستاذ المادة**

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف

تصحيح الاختبار الأول

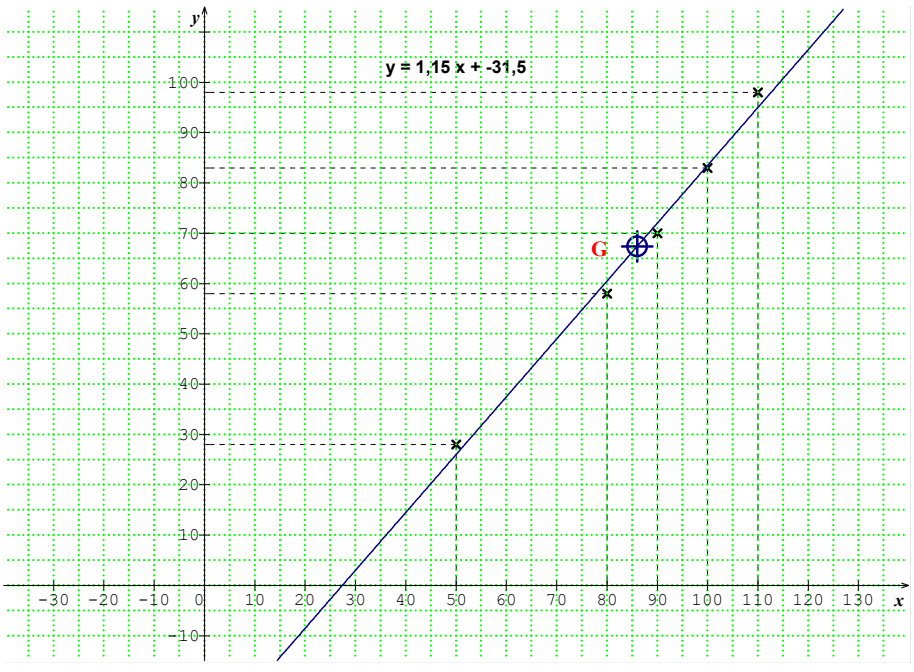
الشعبة : 3 تسيير واقتصاد

من انجاز : الأستاذ ثابت إبراهيم



2014 / 12/04

التصحيح	التنقيط
التمرين الاول :	08 نقاط
لدينا : $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2$	
I. تعين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة : (u_n) متتالية ثابتة يعني $u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ إذن $\frac{1}{2}\alpha-2=\alpha$ ومنه $-2=\alpha-\frac{1}{2}\alpha$ أي $\frac{1}{2}\alpha=-2$ وبالتالي : $\alpha=-4$	0.75
II. نفرض $\alpha=3$: **1) حساب الحدود u_1,u_2,u_3 :** • $u_1=\frac{1}{2}u_0-2=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$ • $u_2=\frac{1}{2}u_1-2=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-\frac{9}{4}$ • $u_3=\frac{1}{2}u_2-2=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{9}{4}\right)-2=-\frac{25}{8}$	3×0.5
• **تخمين اتجاه تغير المتتالية (u_n) :** نلاحظ أنَ $u_0>u_1>u_2>u_3$ ومنه (u_n) متتالية متناقصة .	0.25
2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>-4$: • نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1- من أجل $n=0$ لدينا : $u_0=3$ و $3>-4$ أي $u_0>-4$ ومنه $P(n)$ صحيحة من أجل $n=0$ 2- نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أنَ $u_n>-4$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي $u_{n+1}>-4$ لدينا : $u_n>-4$ ومنه $\frac{1}{2}u_n>\frac{1}{2}(-4)$ وبالتالي $\frac{1}{2}u_n-2>\frac{1}{2}(-4)-2$ أي $u_{n+1}>-4$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة . 3- حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنَ $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n	01
3) دراسة تقارب المتتالية (u_n) : - (u_n) متتالية متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد -4 فإنها متقاربة وتتقارب من العدد -4 . - أي $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-4$	0.25
4) لدينا : $v_n=u_n+4$ **ب) البرهان أنَ (v_n) هندسية :** • لدينا : $v_n=u_n+4$ ومنه $u_n=v_n-4$ • ولدينا : $v_{n+1}=u_{n+1}+4=\frac{1}{2}u_n-2+4=\frac{1}{2}(v_n-4)+2$ ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ وبالتالي (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=u_0+4=3+4=7$	0.75 + $0.25+0.25$

ب) حساب عبارة v_n بدلالة n : $v_n = v_0 \times q^n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0.5
ج) استنتاج أنّ ، $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ من أجل كل عدد طبيعي n : • **لدينا :** $u_n = v_n - 4$ إذن $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ • **حساب** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4\right) = -4$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ حيث $-1 < \frac{1}{2} < 1$	0.5 0.5
د) حساب المجموع S_n : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n = v_0 \times \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = 3 \times \left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)$ أي $S_n = 6\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 6 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0.5
• استنتاج المجموع S'_n : $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = v_0 - 4 + v_1 - 4 + \ldots + v_n - 4$ ومنه $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n - 4(n+1) = S_n - 4n - 4$ $S'_n = 6 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4n - 4 = 2 - 4n - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$	01
التمرين الثاني :	06 نقاط
1) أ) تمثيل سحابة النقط : 	01.5

01	**ب) حساب إحداثيي النقطة G :** • **لدينا :** $x_G=\frac{50+80+90+100+110}{5}=86$ و $y_G=\frac{28+58+70+83+98}{5}=67.4$ $G(86;67.4)$ • **تعليم النقطة G**
02.5	**2) تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار (D) هي $y=1.15x-31.5$:** • لدينا : $a=\frac{\text{cov}(x;y)}{v(x)}$ x_i | **50** | **80** | **90** | **100** | **110** y_i | **28** | **58** | **70** | **83** | **98** $x_i-\bar{x}$ | **- 36** | **- 6** | **4** | **14** | **24** $y_i-\bar{y}$ | **- 39.4** | **- 9.4** | **2.6** | **15.6** | **30.6** $(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$ | **1418.4** | **56.4** | **10.4** | **218.4** | **734.4** $(x_i-\bar{x})^2$ | **1296** | **36** | **16** | **196** | **576** **إذن :** $a=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\frac{1}{5}\times 2438}{\frac{1}{5}\times 2120}=1.15$ $b=\bar{y}-a\bar{x}=67.4-1.15\times 86=-31.5$ لأنّ $G\in(D)$ وبالتالي معادلة مستقيم الانحدار (D) : $y=1.15x-31.5$ • **رسم المستقيم الانحدار**
01	**3) حساب مسافة التوقف لسيارة تسير بسرعة $200km/h$:** $y=1.15\times 200-31.5=198.5m$
06 نقاط	**التمرين الثالث**
	• لدينا : $f(x)=\frac{x^2+2x+3}{x^2}$ و $D_f=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
02	**1) تعيين الأعداد الحقيقية a,b و c بحيث يكون ، $f(x)=a+\frac{bx+c}{x^2}$:** • لدينا : $f(x)=\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x+3}{x^2}=1+\frac{2x+3}{x^2}$ ومنه : $a=1, b=2$ و $c=3$
03	**2) حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف :** • $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+2x+3}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$ • $\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(x)=\lim_{x\xrightarrow{<}0}\left(\frac{x^2+2x+3}{x^2}\right)=+\infty$ لأنّ $\begin{cases}\lim_{x\xrightarrow{<}0}(x^2+2x+3)=3\\ \lim_{x\xrightarrow{<}0}x^2=0^+\end{cases}$ • $\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0}\left(\frac{x^2+2x+3}{x^2}\right)=+\infty$ لأنّ $\begin{cases}\lim_{x\xrightarrow{>}0}(x^2+2x+3)=3\\ \lim_{x\xrightarrow{>}0}x^2=0^+\end{cases}$ • $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x+3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$

• **التفسير الهندسي للنتائج :** - $y=1$ مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$. - $x=0$ مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f)	01

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015