

السنة الدراسية : 2024 / 2025



مديرية التربية لولاية الجزائر غرب



المستوى : 3 ثانوي (تسيير وإقتصاد)

م / خ ليزيليت درارية



المدة : ساعة ونصف.

الفرض الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (08 نقاط) :

- (1)- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $-3x^2 + 14x - 8 = 0$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة :
- $$-3(\ln x)^2 + 14\ln x - 8 \geq 0$$
- (2)- ليكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x) = -3x^3 + 8x^2 + 20x - 16$
- (أ)- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x)$ يكتب من الشكل :
- $$P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$$
- حيث : a ، b ، c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .
- ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$
- (3)- استنتج حلول المعادلات التالية : (أ)- $-3(\log x)^3 + 8(\log x)^2 + 20\log x - 16 = 0$
- (ب)- $-3 \times 3^{3x} + 8 \times 3^{2x} + 20 \times 3^x - 16 = 0$
- (ج)- $-3(\log_3 x)^3 + 8(\log_3 x)^2 + 20\log_3 x - 16 = 0$

المسألة الأولى (12 نقطة) :

I- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D_g =]-1, +\infty[$:
 $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

1- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$.

2- أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال D_g ، ثم شكل جدول تغيراتها

3- أحسب : $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

II- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D_f =]-1, +\infty[$

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1} : \text{بـ}$$

(C_f) تمثيلها البياني في M^3 $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.

ب- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) الذي

$$y = x - 1 \text{ معادلته :}$$

3- بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على D_f .

4- بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 عند نقطة W

يطلب تعيين إحداثياتها .

5- أنشئ (D) و (C_f) .

6- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) ، (D)

والستقيمين الذين معادلتهما : $x = 0$ ، $x = 1$.

المسألة الثانية (12 نقطة) :

- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في M^3 $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ ، ثم استنتج

حساب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

4- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 2$

فسر هذه النتيجة بيانيا.

5- بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلته .

6- أوجد إحداثيتي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

7- أنشئ (T) و (C_f) .

8- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$f(x) = m$$

9- أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 3 - \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) ، (xx')

والستقيمين الذين معادلتهما : $x = 0$ ، $x = 1$.

(01ن)..... $S_1 = \left\{ \frac{2}{3}, 4 \right\}$ ، $x_2 = \frac{2}{3}$ ، $x_1 = 4$ ، $\Delta = 100$ ، $-3x^2 + 14x - 8 = 0$ (1)

- نضع : $-3X^2 + 14X - 8 = 0$ ، $X = \ln x$ ($x > 0$)

x	0	$e^{\frac{2}{3}}$	e^4	$+\infty$
$-3(\ln x)^2 + 14\ln x - 8$		-	+	-

(01ن)..... ومنه : $S_2 = \left[e^{\frac{2}{3}}, e^4 \right]$

(2-أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$ ، $P(x) = ax^3 + (b+2a)x^2 + (c+2b)x + 2c$

(1.5ن)..... $a = -3$ ، $b = 14$ ، $c = -8$: ومنه $\begin{cases} a = -3 \\ b + 2a = 8 \\ 2c = -16 \end{cases}$ بالمطابقة نجد :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x) = (x+2)(-3x^2 + 14x - 8)$

(01ن)..... $S_3 = \left\{ \frac{2}{3}, -2, 4 \right\}$: ومنه $-3x^2 + 14x - 8 = 0$ أو $x + 2 = 0$: معناه $P(x) = 0$

(3-أ) - نضع : $X = \log x$ ($x > 0$)

(1.5ن)..... $S_4 = \left\{ 10^{\frac{2}{3}}, 10^{-2}, 10^4 \right\}$: ومنه $\log x = \frac{2}{3}$ ، $\log x = -2$ ، $\log x = 4$

(ب-) نضع : $X = 3^x$ ($X > 0$)

(01ن)..... $S_5 = \left\{ \log_3 \frac{2}{3}, \log_3 4 \right\}$: ومنه $3^x = -2$ (مرفوضة) ، $3^x = \frac{2}{3}$ ، $3^x = 4$

(ج-) نضع : $X = \log_3 x$ ($x > 0$)

(01ن)..... $S_6 = \left\{ 3^{-2}, 3^{\frac{2}{3}}, 3^4 \right\}$: ومنه $\log_3 x = \frac{2}{3}$ ، $\log_3 x = -2$ ، $\log_3 x = 4$

المسألة الأولى : (12 نقطة)

(0.5ن)..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty$ (1-أ)

(0.5ن)..... $g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+1} > 0$: $]-1, +\infty[$ قابلة للإشتقاق على المجال

(0.5ن)..... g متزايدة تماماً على المجال : $]-1, +\infty[$

(0.5ن)..... - جدول تغيرات الدالة g :

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(3-) $g(0) = 0$ ، إشارة $g(x)$: (0.5ن) (0.5ن)

x	-1	0	$+\infty$
$g(x)$	-	○	+

(II-) (1-) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x = -1$ (0.5ن) (01ن)

..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0.5ن)

(2-) أ- بما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-\ln(x+1)}{x+1} \right] = 0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا

مائلا معادلته : $y = x - 1$ بجوار $+\infty$ (01ن)

ب- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) : من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: (0.5ن)

$$f(x) - y = \frac{-\ln(x+1)}{x+1}$$

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - y$	+	○	-
الوضعية	(C_f) فوق (D)	(C_f) تحت (D)	

$$(C_f) \cap (D) = \{A(0, -1)\}$$

(3-) أ- f قابلة للإشتقاق على المجال $]0; +\infty[$:

$$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x+1} \times (x+1) - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = 1 - \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1 + \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

..... $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ (0.5ن)

ب- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$:

f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ، f متناقصة تماما على المجال $]-1, 0]$ (01ن)

- جدول تغيرات الدالة f : (01ن)

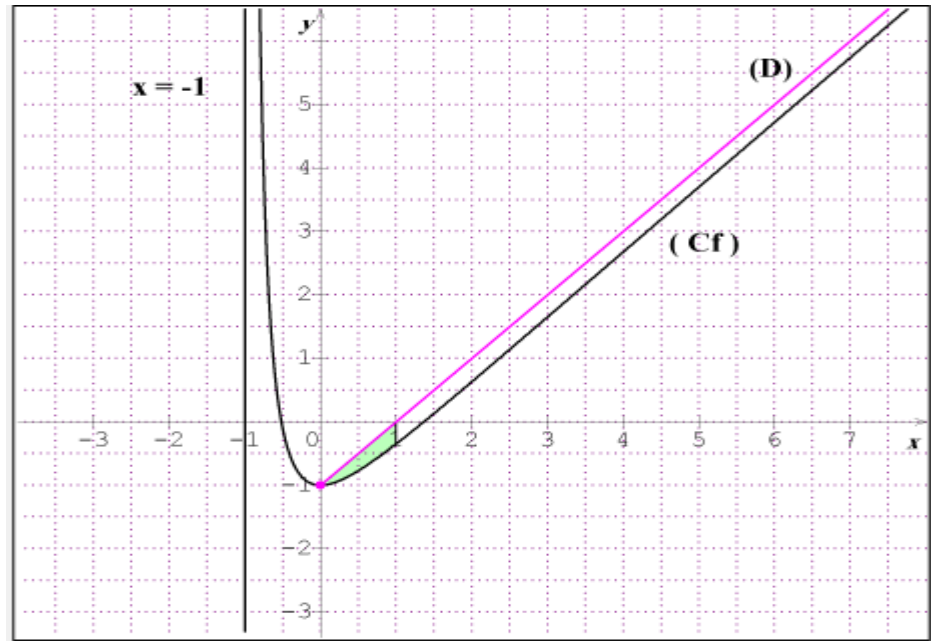
x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

$$x^2 + 2x + \ln(x+1) = (x+1)^2 , f'(x) = 1 \quad (4-)$$

$$. x = e - 1 , x + 1 = e , \ln(x+1) = 1$$

(01 ن)..... $W\left(e-1, e-2+\frac{1}{e}\right)$: ومنه $f(e-1) = e-2+\frac{1}{e}$

(01 ن)..... (5) - (أ) إنشاء (D) و (C_f) :



$$S = \int_0^1 [y - f(x)] dx = \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx \quad (6)$$

$$S = \left[\frac{(\ln(x+1))^2}{2} \right]_0^1 = \frac{(\ln 2)^2}{2} us$$

المسألة الثانية : (12 نقطة)

(1) - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته : $y = -1$ بجوار $-\infty$ (0.5 ن) (0.5 ن).....

(2) - من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1} = \frac{3(e^x + 1) - 4}{e^x + 1} = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ (0.5 ن).....

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[3 - \frac{4}{e^x + 1} \right] = 3$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x + 1} = 0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا

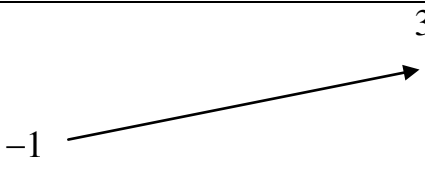
معادلته : $y = 3$ بجوار $+\infty$ (0.5 ن) (01 ن).....

(3) - f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{3e^x(e^x + 1) - e^x(3e^x - 1)}{(e^x + 1)^2} = \frac{3e^{2x} + 3e^x - 3e^{2x} + e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

(0.5 ن)..... $f'(x) > 0$ ومنه : f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (0.5 ن).....

– جدول تغيرات الدالة f : (01 ن)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$		

(4) - من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = \frac{3e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{(3e^{-x} - 1)e^x}{(e^{-x} + 1)e^x} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

$$f(-x) + f(x) = \frac{3 - e^x}{e^x + 1} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{2e^x + 2}{e^x + 1}$$

(01 ن) $f(-x) + f(x) = \frac{2(e^x + 1)}{e^x + 1} = 2$

(0.5 ن) (C_f) يقبل النقطة $W(0,1)$ كمرز تنتظر .

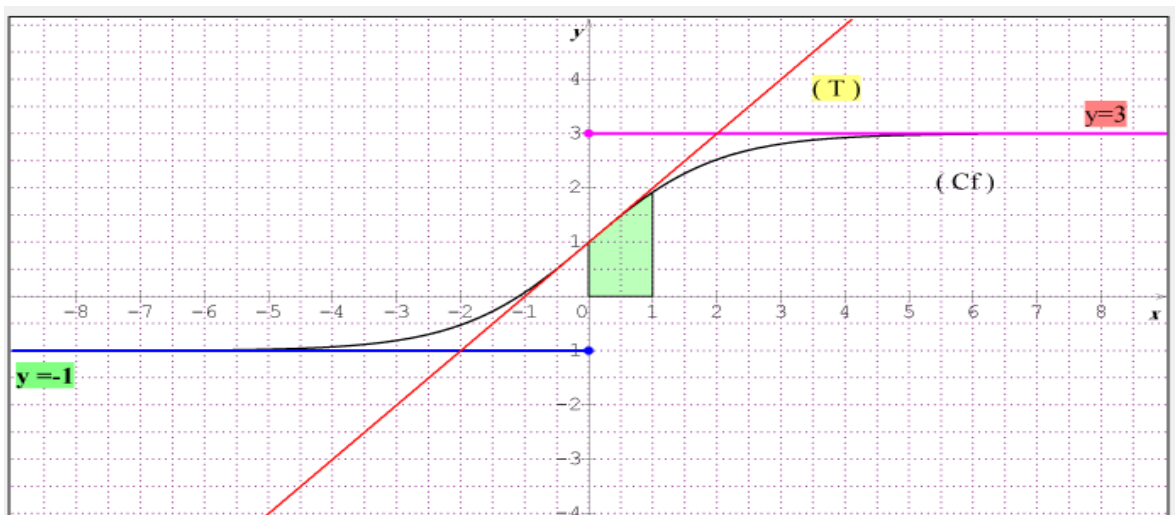
(5) - $(T) : y = f'(a)(x - a) + f(a)$ ، $f'(a) = 1$ ، $4e^a = (e^a + 1)^2$ ، $4e^a = e^{2a} + 2e^a + 1$ ،

(0.5 ن) $a = 0$ ، ومنه : $e^{2a} - 2e^a + 1 = (e^a - 1)^2 = 0$

(0.5 ن) $(T) : y = f'(0)x + f(0) = x + 1$

(0.5 ن) $(C_f) \cap (xx') = \{B(-\ln 3, 0)\}$ (6) -

(7) - إنشاء (T) و (C_f) : (1.5 ن)



(8) - حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته : $y = m$

$m \in]-\infty, -1]$ للمعادلة لا تقبل حلول

$m \in]-1, 1[$ للمعادلة حلا وحيدا سالبا

$m = 1$ للمعادلة حلا وحيدا معدوما

$m \in]1, 3[$ للمعادلة حلا وحيدا موجبا (01 ن)

$m \in [3, +\infty[$ للمعادلة لا تقبل حلول

(9) - أ) من أجل كل عدد حقيقي x :

(0.5 ن).....
$$f(x) = 3 - \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} = 3 - \frac{4}{e^x + 1} = \frac{3e^x + 3 - 4}{e^x + 1} = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$$

(ب) -
$$S = \int_0^1 f(x) dx = \left[3x + 4 \ln(e^{-x} + 1) \right]_0^1$$

(01 ن).....
$$S = F(1) - F(0) = \left[3 + 4 \ln \left(\frac{e^{-1} + 1}{2} \right) \right] us$$