فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات — **المستوي: الثالثة تسيير واقتصاد**

المدة: ساعة — **أكتوبر 2023**

التمرين الاول : (U_n)متتالية عددية معرفة على N بحدها الاول $U_0=-1$و $3U_{n+1}=U_n+4$

1)ا)برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n، $U_n\le 2$

ب)جد اتجاه تغير المتتالية .ماذا تستنتج ؟

2)نعتبر من اجل كل عدد طبيعي n المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $V_n=U_n-2$

ا) اثبت ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين اساسها q وحدها الاول V_0

ب)اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

ج)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

د)احسب بدلالة n المجموع $S'=U_0+U_1+.....+U_n$

التمرين الثاني: (U_n)متتالية هندسية معرفة على N حيث $U_0=18$وبالعلاقة: $U_0+U_1+U_2=38$

1-بين أن الأساس الموجب للمتتالية (U_n) هو $q=\frac{2}{3}$

2-اوجد عبارة الحد العام U_n بدلالة n

3-ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)

4-احسب نهاية (U_n)

5-اكتب عبارة المجموع S_n بدلالة n : $S=U_0+U_1+U_2+.....+U_{n-1}$ ثم استنتج نهاية S_n

5-اوجد قيمة n علما ان $S_n=\frac{3510}{81}$

التمرين الثالث: I) (U_n)متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N حيث: $\begin{cases}U_6=448\\U_3\times U_5=12544\end{cases}$

ا)عين الحد U_4 ثم الأساس q ثم احسب الحد الأول لهذه المتتالية

II)نضع $q=2$ و $U_0=7$

1- اوجد عبارة الحد العام U_n بدلالة n

2-بين ان 896 هو حد من حدود هذه المتتالية وحدد رتبته

3-اكتب عبارة المجموع S_n بدلالة n : $S=U_6+U_7+.....+U_n$

تصحيح الفرض الاول

التمرين 1

1)ا)برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n، $U_n \leq 2$

لتكن الخاصية $p(n)$

اثبات صحة $p(0)$

نفرض $p(n)$ صحيحة من اجل عدد طبيعي ونبرهن صحة $p(n+1)$ من اجل عدد طبيعي

ب)اتجاه تغير المتتالية (U_n) بما ان $U_{n+1}-U_n \geq 0$ ومنه المتتالية متزايدة

الاستنتاج بما ان (U_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى في متقاربة

2)ا)اثبات ان (V_n) متتالية هندسية يطلب $V_{n+1}=\frac{1}{3}V_n$

نستنتج ان متتالية هندسية اساسها

حدها الاول $V_0 = U_0 - 2$ اي $V_0 = -3$

ب)عبارة الحد العام V_n بدلالة n ث $V_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

استنتاج U_n بدلالة n $U_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2$

ج)لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$ لان $-1 \prec q \prec 1$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 2$

د) احسب بدلالة n المجموع

$$S' = U_0 + U_1 + \ldots\ldots + U_n$$
$$= \frac{-5}{2} + \frac{9}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + 2n$$

التمرين 2

1)لدينا $U_0 + U_0 \times q + U_0 \times q^2 = 38$

$18q^2 + 18q - 20 = 0$

ومنه الأساس الموجب للمتتالية (U_n) هو $q = \frac{2}{3}$

2- عبارة الحد العام U_n بدلالة n

ومنه $U_n = 18\left(\frac{2}{3}\right)^n$

3) اتجاه تغير المتتالية (U_n) بما ان $U_{n+1}-U_n \prec 0$ ومنه المتتالية متناقصة

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$

5-اكتب عبارة المجموع S_n بدلالة n :

$$S = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_{n-1}$$
$$= 54\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$$

$\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 54$ وقيمة n هي 4

<u>التمرين3</u>

1)الحد هو $U_4 = 112$

$q = 2$ **و** $U_0 = 7$

2- عبارة الحد العام U_n بدلالة n

ومنه $U_n = 7(2)^n$

3-بين ان 896 هو حد من حدود هذه المتتالية وحدد رتبته

لدينا $U_n = 896$ ومنه $n = 7$ و منه 896حد من حدود هذه المتتالية ورتبته هي8

4-اكتب عبارة المجموع S_n بدلالة n :

$$S = U_6 + U_7 + ... + U_n$$
$$= -448\left(1 - (2)^{n-5}\right)$$