

التمرين الأول (5ن): $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بحدّها الأول : $w_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية :

$$5w_{n+1} = 5w_n + 3, \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n.$$

- (1) بيّن أن (w_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها. (1.5ن).
- (2) أكتب w_n بدلالة n . (1ن).
- (3) هل 2971 من حدود المتتالية (w_n) ؟ إن كانت الإجابة نعم فما هو رتبته ؟ (1ن).
- (4) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_{4950}$. (1.5ن).

التمرين الثاني (5ن): $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية حيث :

$$\begin{cases} t_0 + t_3 = 6 \\ t_2 + t_5 = 22 \end{cases}$$

- (1) أوجد الأساس r و الحد الأول t_0 لهذه المتتالية. (1.5ن).
- (2) أكتب t_n بدلالة n . (0.5ن).
- (3) هل العدد 2021 هو حد من حدود المتتالية (t_n) ؟ إن كانت الإجابة نعم فما هو رتبته ؟ (1ن).
- (4) أحسب بدلالة n الجداء $P : P = 1442^1 \times 1442^5 \times 1442^9 \times \dots \times 1442^{4n+1}$. (2ن).

التمرين الثالث (5ن): $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بحدّها الأول : $u_0 = 6$ و بالعلاقة التراجعية :

$$3u_{n+1} - 2u_n = 3, \text{ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n. (0.25ن).$$

- (1) أحسب الحدود الثلاث الأولى للمتتالية (u_n) . (0.5ن).
- (2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 3$.
أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول. (1ن+0.25ن+0.25ن).
ب- عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n . (0.5ن+0.5ن).
ج- أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = v_0 + v_2 + \dots + v_n$. (0.75ن).
د- إستنتج المجموع S'_n بدلالة n حيث : $S'_n = u_0 + u_2 + \dots + u_n$. (1ن).

التمرين الرابع (5ن): بيّنت دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون على التقاعد سنوياً و بالمقابل يُوظف 3000 عامل سنوياً ، علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ b_n لعدد العمال سنة $(2012 + n)$ أي : $b_0 = 50$.

- (1) أوجد b_1, b_2 . (0.5ن).
- (2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $b_{n+1} = 0,95b_n + 3$. (0.5ن).
ب- هل المتتالية (b_n) حسابية ؟ هل هي هندسية ؟ (0.5ن).
- (3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $c_n = 60 - b_n$.
أ- أثبت أن (c_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول. (0.75ن).
ب- أكتب c_n بدلالة n ثم إستنتج b_n بدلالة n . (0.75ن).
ج- قدّر عدد العمال سنة 2021. (0.5ن).
د- حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (b_n) . (0.75ن).
هـ- أحسب نهاية المتتالية (b_n) . (0.75ن).

ملاحظات هامة جداً:

- (1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .
- (2) لا تكتب و لا تُلخّص هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .
- (3) يُمنع إستعمال الآلة الحاسبة ذات الشاشة التي يزيد عرضها عن 2cm.