الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: المجاهد بحياوة قدور-فاتيس

المستوى: 02 تقني رياضي — الموسم الدراسي: 2024/2025

اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات — المدة: 02 ساعة

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عيّنه مع التبرير .

1/ f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}-\{1\}$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}$ و $g(x)=x^2+1$

الدالة fog هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بالعبارة :

أ) $(fog)(x)=\frac{1}{x^2}-1$ ب) $(fog)(x)=\frac{1}{x^2}+1$ ج) $(fog)(x)=\frac{1}{x}+1$.

2/ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-x+1$ ومنه $\lim_{h\to 0}\frac{g(2+h)-g(2)}{h}$ تساوي :

أ) 4 ب) -4 ج) 3 .

3/ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+2x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم ، معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 هي :

أ) $y=5x+5$ ب) $y=5x+2$ ج) $y=-x-4$.

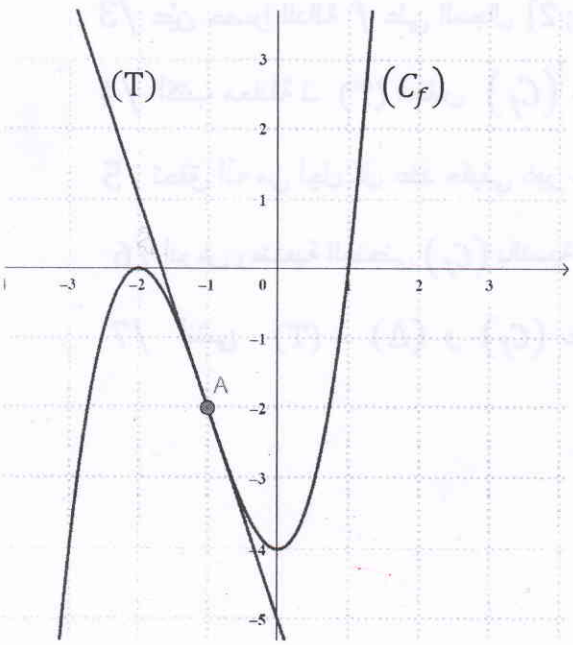
4/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $h(x)=4+\frac{1}{x+2}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، (C_h) هو صورة المنحنى الممثل للدالة مقلوب بانسحاب شعاعه :

أ) $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ ب) $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ ج) $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x^3+3x^2-4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (T) مماس (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1 ، كما هو موضح في الشكل المقابل .



* بقراءة بيانية :

1) عيّن $f(-1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(-1)$.

2) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة -1

3) عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) عيّن القيم الحدية المحلية للدالة f .

5) عيّن حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $f(x)$.

6) حل بيانيا في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$.

7) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

II) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = |f(x)|$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق . اشرح طريقة انشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثالث : **(09 نقاط)**

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = x^3 - 2x - 4$.

1) أحسب $g(2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-2)(x^2+2x+2)$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثمّ أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+x^2+2x+2}{x^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 0$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2/ عيّن ان وجدت القيّم الحدية المحلية للدالة f .

3/ عيّن حصرا للدالة f على المجال $[1;2]$.

4/ أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -2 .

5/ تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x) = x + 1 + \frac{2x+2}{x^2}$.

6/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 1$.

7/ أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) على $[-4;0[\cup]0;5]$. (يعطى $f(-1) = 0$) .

بالتوفيق

التصحيح النموذجي لموضوع الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 02 تقني رياضي

الأستاذ: بولغيتي عبد الرزاق

التمرين (01):

/1

الإجابة الصحيحة هي: (ب) $(fog)(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$

التبرير:

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$
$$= \frac{x^2+1}{x^2+1-1}$$
$$= \frac{x^2+1}{x^2}$$
$$= 1 + \frac{1}{x^2}$$

/2

الإجابة الصحيحة هي: (ج) 3

التبرير:

$$\lim_{h \to 0} \frac{g(2+h) - g(2)}{h} = g'(2)$$

ومنه $g'(x) = 2x - 1$

$g'(2) = 4 - 1 = 3$

/3

الإجابة الصحيحة هي: (ب) $y = 5x + 2$

التبرير:

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$f'(x) = 3x^2 + 2$

ومنه $f'(-1) = 5$

و $f(-1) = -3$

$y = 5(x+1) - 3$

$= 5x + 5 - 3$

$= 5x + 2$

/4

الإجابة الصحيحة هي: (أ) $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

التبرير:

لدينا $h(x) = 4 + \frac{1}{x+2}$

$= K(x+2) + 4$

حيث $K: x \mapsto \frac{1}{x}$

أي $h(x) = K(x+2) + 4$

وعليه (C_h) هو صورة (C_K) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

الأستاذ: بولغيتي عبد الرزاق

التمرين الثاني: /8

1/ $f(-1) = -2$

$f'(0) = 0$

$f'(-1) = \dfrac{-2-1}{-1-(-2)}$

$= \dfrac{-3}{1}$

$= -3$.

2/ كتابة معادلة المماس (T):

$(T): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$= -3(x+1) - 2$

$= -3x - 5$

$\boxed{(T): y = -3x - 5}$

3/ الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[-2; 0]$

* جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	0	↘	-4	↗	

4) تعيين القيم الحدية المحلية لـ f:

الدالة f تقبل قيمة حدية كبرى عند -2 هي 0 وقيمة حدية صغرى عند 0 هي -4

5) إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

6) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$:

نلاحظ من خلال التمثيل البياني للدالة f أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما -2 و 1

وعليه حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي: $S = \{-2; 1\}$

7) إثبات أن النقطة A هي مركز تناظر (C_f)

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $(-2-x) \in \mathbb{R}$

ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ و $(-2-x) \in \mathbb{R}$

$$f(-2-x) + f(x)$$
$$= (-2-x)^3 + 3(-2-x)^2 - 4 + x^3 + 3x^2 + 4$$

ومنه

$$f(-2-x) + f(x)$$
$$= -(2+x)^3 + 3(2+x)^2 - 4 + x^3 + 3x^2 - 4$$
$$= -8 - x^3 + 6x^2 - 12x + 12 + 3x^2 + 12x - 4 + x^3 + 3x^2 - 4$$
$$= -4$$
$$= 2(-2)$$

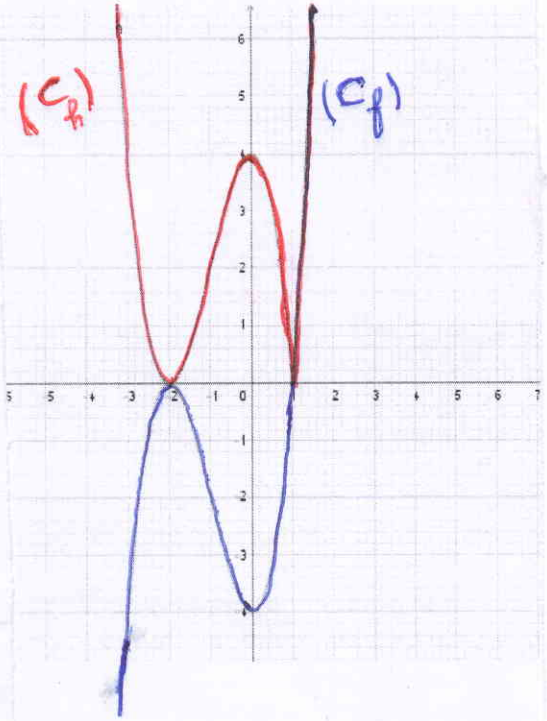
وعليه النقطة A هي مركز تناظر (C_f)

II)

$$h(x) = |f(x)|$$
$$= \begin{cases} f(x) & f(x) \geqslant 0 \\ -f(x) & f(x) \leqslant 0 \end{cases}$$

وعليه (C_h) منطبق على (C_f) الذي يقع فوق محور الفواصل و (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما المنحنى (C_f) يقع تحت محور الفواصل.

* إنشاء (C_h) :



الأستاذ بولفيتي عبد الرزاق

التمرين الثالث :/

/1

$$g(2) = (2)^3 - 2(2) - 4$$
$$= 8 - 4 - 4$$
$$= 0$$

نستنتج أن (2) جذر لـ $g(x)$.

/2

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$$(x-2)(x^2+2x+2)$$
$$= x^3 + 2x^2 + 2x - 2x^2 - 4x - 4$$
$$= x^3 - 2x - 4$$
$$= g(x)$$

/3

لدينا $g(x) = 0$

يكافئ $(x-2)(x^2+2x+2) = 0$

ومنه إما $x-2=0$ أي $x=2$

أو $x^2+2x+2=0$

$$\Delta = 4 - 4(2)$$
$$= 4 - 8$$
$$= -4 < 0$$

وعليه المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ وإشارتها من إشارة $a=1$

ومنه حلول المعادلة $g(x)=0$ هي $S = \{2\}$

إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
x^2+2x+2		$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	

/II

/1

لدينا من أجل كل $x \neq 0$ الدالة f قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{(3x^2+2x+2)x^2 - 2x(x^3+x^2+2x+2)}{(x^2)^2}$$
$$= \frac{3x^4+2x^3+2x^2-2x^4-2x^3-4x^2-4x}{x^4}$$
$$= \frac{x^4-2x^2-4x}{x^4}$$
$$= \frac{x(x^3-2x-4)}{x^4}$$
$$= \frac{g(x)}{x^3}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$$

وعليه إشارة $f'(x)$ من إشارة x و $g(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

وعليه الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]0;2]$

* جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	‖	↘	$\frac{9}{2}$	↗	

/2

الدالة f تقبل قيمة حدية محلية صغرى عند 2 حيث $\frac{9}{2}$

/3

لدينا من أجل كل $x \in [1;2]$

$1 \leqslant x \leqslant 2$

والدالة f متناقصة تماما على المجال $[1;2]$

أي $f(2) \leqslant f(x) \leqslant f(1)$

ومنه $\frac{9}{2} \leqslant f(x) \leqslant 6$

/4 كتابة معادلة لـ (T) :

$(T): y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$

لدينا

$$f'(-2) = \frac{g(-2)}{(-2)^3} = \frac{g(-2)}{-8} = \frac{-8}{-8} = 1$$

و

$$f(-2) = \frac{-6}{4}$$

ومنه

$$(T): y = x + 2 - \frac{6}{4}$$

أي

$$\boxed{(T): y = x + \frac{1}{2}}$$

/أ

لدينا من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x :

$$x + 1 + \frac{2x+2}{x^2}$$

$$= \frac{x^3 + x^2 + 2x + 2}{x^2}$$

$$= f(x)$$

5) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

$$f(x)-y = x+1+\frac{2x+2}{x^2}-x-1$$

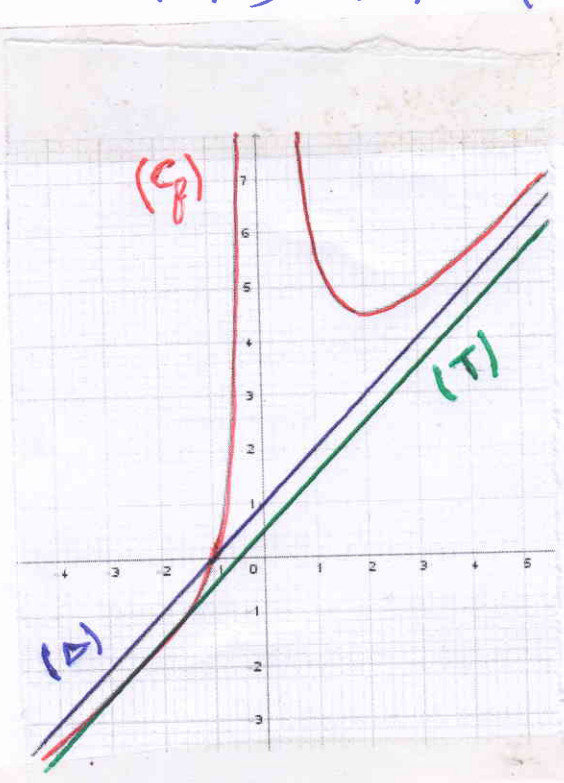
$$= \frac{2x+2}{x^2}$$

وعليه إشارة الفرق $f(x)-y$ هي إشارة البسط $2x+2$

ومنه

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$2x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$	$+$
الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) يقع تحت (Δ)		(C_f) يقع فوق (Δ)	

6) إنشاء (C_f) ، (T) و (Δ) :



الأستاذ بولنبي عبد الرزاق