المستوى:الثانية علوم تجريبية/ تقني رياضي	ماي 2024
اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا.

التمرين 1 (4 ن)

x عدد حقيقي، نعتبر العبارة $P(x)$ حيث :

$$P(x) = sin\,(3\,\pi - x) + \cos(\frac{29\pi}{2} - x\,) + cos\,(\,2025\pi + x) - sin(\frac{199\pi}{2} + x\,)$$

1) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = 2\,sin\,(x\,)$

2) احسب $P\,(\frac{271\,\pi}{6}\,)$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 1$

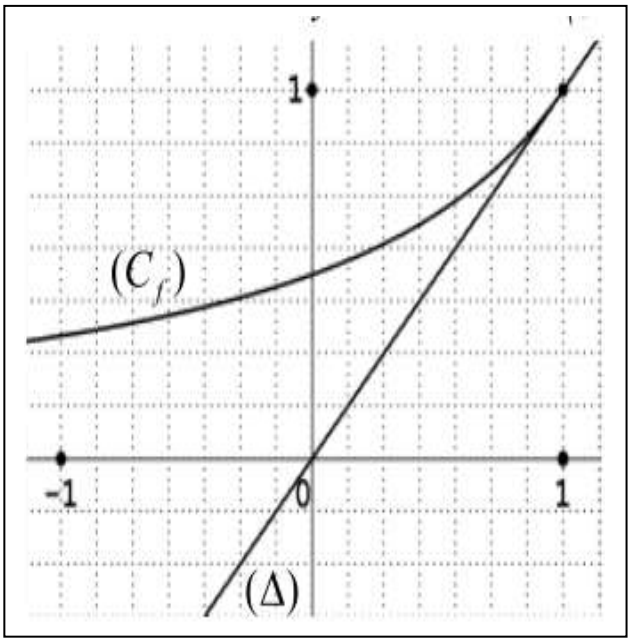
4) حل في المجال $[\,0\,;\,2\,\pi\,]$ المتراجحة $P(x) \leq 1$

التمرين 2 (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty\,;\,1]$ بـ: $f\,(x) = \frac{1}{2-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

و ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$



(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0 = -1$

و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f\,(u_n\,)$

1) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الرسم (**على الوثيقة المرفقة**).

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n\,)$ و تقاربها.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$

أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n\,)$.

4) نعتبر المتتالية $(\,v_n\,)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{2}{1-u_n}$

أ) برهن أن المتتالية $(\,v_n\,)$ حسابية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول .

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

5) نعتبر المجموعين حيث S_n و T_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

$$T_n = u_0v_0 + u_1 v_1 + \cdots + u_n v_n$$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أن: $T_n = n^2 - 1$

التمرين 3 (8 ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4}{5} u_n + 1$

1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < 5$

برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 5$

أ) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

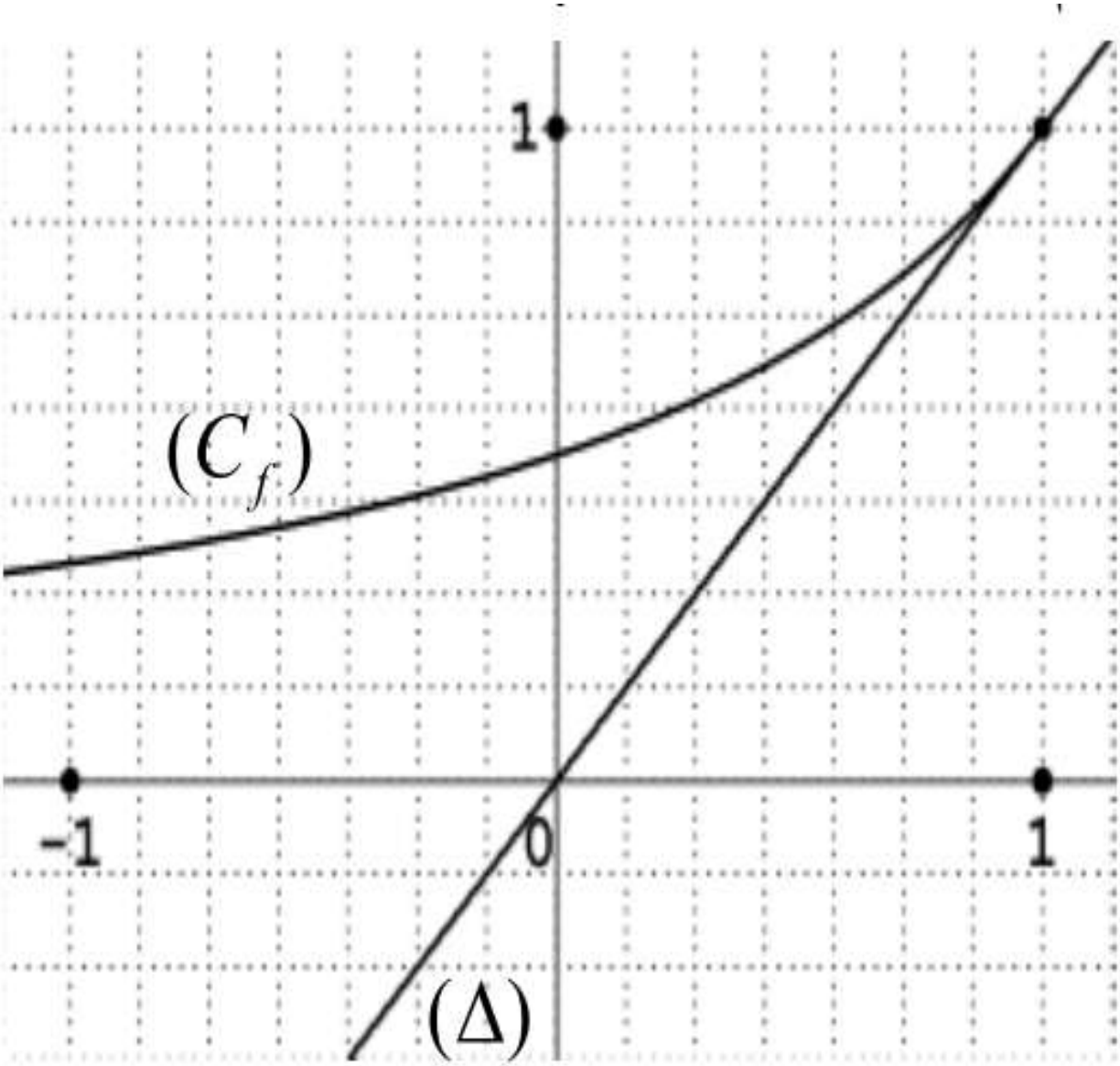
جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثم استنتج T_n بدلالة n

4) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n$

بالتوفيق.



ـ الوثيقة المرفقةـ

التصحيح النموذجي

التمرين 1

$P(x) = sin\,(3\,\pi - x) + \cos(\frac{29\pi}{2} - x\,) + cos\,(\,2025\pi + x) - sin(\frac{199\pi}{2} + x\,)$

1) اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = 2\,sin\,(x\,)$

2) $P\,(\frac{271\,\pi}{6}) = -1$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 1$

$$S = \{\frac{\pi}{6} + 2k\pi\,; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\,, k \in \mathbb{Z}\,\}$$

4) حل في المجال $[\,0\,;\,2\,\pi\,]$ المتراجحة $P(x) \leq 1$

$$S=[0\,;\frac{\pi}{6}\,] \cup [\,\frac{5\pi}{6}\,;2\pi]$$

التمرين 2

1) تمثيل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

2) المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و متقاربة.

3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

لدينا من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{{u_n}^2 - 2u_n + 1}{2 - u_n}$

بما أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$ فإن $u_{n+1} - u_n > 0$

إذن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

4) أ) نبرهن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول .

من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = 2$

إذن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 و حدها الأول $v_0 = 1$

ب) - كتابة v_n بدلالة n :

من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $v_n = 2n + 1$

- استنتاج u_n بدلالة n .

من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{2n-1}{2n+1}$

جـ) $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$ نستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

5) $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n = (n+1)^2$

$$T_n = u_0v_0 + u_1v_1 + \cdots + u_nv_n = n^2 - 1$$

التمرين 3

1) نبرهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

لدينا من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n+5}{5}$

بما أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 5$ فإن $u_{n+1} - u_n > 0$

إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

2) أ) إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ و تعيين حدها الأول v_0.

من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: v_n $v_{n+1}=\frac{4}{5}$

اذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ و حدها الأول v_0= -5

ب) - عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

من اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: v_n= -5×$(\frac{4}{5})^n$

- استنتاج u_n بدلالة n

لدينا من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 5$ و منه $u_n = v_n + 5$

إذن : u_n= -5×$(\frac{4}{5})^n$+5

جـ) $\lim_{n\to+\infty} u_n = 5$ ، نستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

3) حساب S_n بدلالة n ثم استنتاج T_n بدلالة n

S_n = -25 [1-$(\frac{4}{5})^{n+1}$]

$$T_n = S_n + 5(n+1) = -25[1 - (\frac{4}{5})^{n+1}] + 5(n+1)$$

4) حساب بدلالة n الجداء: $P_n = (-5)^{n+1} \times (\frac{4}{5})^{\frac{n(n+1)}{2}}$