اختبار الفصل الثالث

التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$. نعتبر النقط: $A(0;2)$, $B(2;0)$ و $C(4t;\ 8-t)$ حيث t عدد حقيقي .

1. بين أن معادلة المستقيم (AB) هي $x+y-2=0$.
2. عين قيمة t حتى تكون النقاط A, B و C على استقامة وحدة.
3. $(\mathcal{C})$ مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق: $x^2+y^2+4y-4=0$.
   أ) بين أن $(\mathcal{C})$ دائرة مركزها $\Omega(0;-2)$ و نصف قطرها $r=2\sqrt{2}$.
   ب) أحسب المسافة بين Ω و المستقيم (AB) , ماذا تستنتج ؟
4. نعرف (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x+2$.
   أ) بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستقيم (AB) .
   ب) تحقق أن $d\big((\Delta);\ \Omega\big)=2\sqrt{2}$ حيث $d\big((\Delta);\ \Omega\big)$ هي المسافة بين المستقيم (Δ) و Ω.
   ت) استنتج الوضع النسبي بين المستقيم (Δ) و *الدائرة* $(\mathcal{C})$.
5. h التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(x;y)$ النقطة $M'(x';y')$ بحيث :

$$\begin{cases} x' = (a+1)x+1 \\ y' = (5+2a)y-4 \end{cases}$$ (حيث a عدد حقيقي)

   أ) عين قيمة a حتى يكون h تحاكي ثم حدد نسبته k و مركزه ω .
   ب) احسب إحداثيات A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتحويل h .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{3\alpha}{2}\,u_n + \alpha - 1 \end{cases}$$ ، (حيث α عدد حقيقي)

I. 1) عيّن قيم α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.
2) عيّن قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية هندسية.
3) عيّن قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية حسابية.

II. نضع $\alpha = \frac{1}{3}$:

1) أ) احسب u_1 و u_2 .

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) إذا علمت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -\frac{4}{3}$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + \frac{4}{3}$

أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عيّن حدها الأول v_0 .

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) احسب بدلالة n كلا من S_n و T_n حيث :

$$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$$
$$T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{-2,2\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3-2x^2+8}{x^2-4}$

و (C_f) تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f(x) = x - 2 + \frac{4x}{x^2-4}$

2. احسب النهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

3. بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة أحدها مائل (Δ) معادلته $y = x - 2$, أكتب معادلة لكل من المستقيمين الأخرين .

4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ) .

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f'(x) = \frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$.

6. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

7. برهن أنه لا يوجد أي المماس للمنحنى (C_f) معامل توجيهه هو : 1 .

8. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر في النقطة $\Omega(0; -2)$.

9. ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

10. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

وفقكم الله

المادّة: الرياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

التّاريخ: 2024/05/23
المدّة: ساعتان

تصحيح اختبار الفصل الثالث

التمرين 01 :

1- معادلة المستقيم (AB) :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ شعاع توجيه

ومنه : $-2x-2y+c=0$

نعوض ب .

$-2(0)-2(2)+c=0$

$c=4$

ومنه : $x+y-2=0$

ب- لتعيين قيمة t حتى يكون A ، B و C على استقامة :

معناه $C\in(AB)$

$4t+8-t-2=0$

$3t+6=0$

$t=-2$

إذن $C(-8;10)$

3) أ- لدينا : $x^2+y^2+4y-4=0$

ومنه : $x^2+(y+2)^2=8$

معناه $r^2=8$ و $\Omega(0,-2)$

مجموعة النقط دائرة

مركزها Ω و $r=2\sqrt{2}$.

$d(\Omega,(AB))=\dfrac{|0+(-2)-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}$

$=2\sqrt{2}$

تستنتج أن المستقيم (AB) مماس للدائرة (C) .

4- أ- $(\Delta): -x+y-2=0$ ومنه $y=x+2$

$\vec{n_1}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي لـ (Δ)

$\vec{n_2}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي لـ (AB)

$\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$.

ومنه شعاعا هما متعامدان .

ب- نحقق أن $d(\Delta,\Omega)=2\sqrt{2}$

ومنه (Δ) مستقيم مماس لـ (C) .

5- حتى يكون التحويل h تحاكي :

$(a+1)=5+2a$

$a=-4$

لدينا $k=-3$ و $W(-1;7)$

$\begin{cases}x_{W'}=-3x_W+1\\y_{W'}=-3y_W-4\end{cases}$

ومنه $W'\left(\frac{1}{4};-1\right)$

ب-

$A'(1;10)$

$B'(-5;4)$

www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja

التمرين 02:

(I

$\alpha \in \mathbb{R}$; $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{3\alpha}{2} u_n + \alpha - 1 \end{cases}$

1- (u_n) متتالية ثابتة معناه:

$u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha$ أي $\alpha - 1 = 0$ أي $\alpha = 1$.

2- (u_n) متتالية هندسية معناه:

$\frac{3\alpha}{2} = 1$ أي $\alpha = \frac{2}{3}$.

3- (u_0) متتالية حسابية معناه:

$\alpha = \frac{1}{3}$ (II

أ- $u_n = -\frac{1}{2}$ ، $u_2 = -\frac{11}{12}$

ب- دراسة اتجاه تغير (u_n)

$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2} u_n - \frac{2}{3}$

$= -\frac{1}{2}\left(u_n + \frac{4}{3}\right) < 0$

$u_n + \frac{4}{3} > 0$ أي

(u_n) متناقصة.

جـ- $v_n = u_n + \frac{4}{3}$ ، $\forall n \in \mathbb{N}$.

أ- (v_n) متتالية:

$v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{4}{3}$

$= \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{4}{3}\right)$

$= \frac{1}{2} v_n$

أساسها $q = \frac{1}{2}$ و $v_0 = 5/3$

ب- عبارة الحد العام:

$u_n = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ،

$u_n = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - \frac{4}{3}$

$\lim_{n \to +\infty} u_n = -\frac{4}{3}$ لأن

$-1 < \frac{1}{2} < 1$ أي

جـ) حساب:

$S_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

$= \frac{5}{3} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1/2}$

$= \frac{10}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$

$T_n = v_0 + \frac{4}{3} + v_1 + \frac{4}{3} + \cdots + v_n + \frac{4}{3}$

$= v_0 + v_1 + \cdots + v_n + \underbrace{\frac{4}{3} + \cdots + \frac{4}{3}}_{n+1 \text{ مرة}}$

ومنه:

$T_n = \frac{10}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + \frac{4}{3}(n+1)$

التمرين 03:

1- f معرفة:

$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 8}{x^2 - 4}$

أ- تحقق:

$f(x) = x - 2 + \frac{4x}{x^2 - 4}$

ب- استنتاج:

- تقعر منحنى (C_f)
- توجيه مقاربات.

مؤسسة "الرجاء والتفوق" الخاصة
Ecole Errajda wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE

2. حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{x^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -2^<} f(x) = -\infty$$

	⊕		⊕	
		−2	⊖	2

$$\lim_{x \to -2^>} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 2^<} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^>} f(x) = +\infty .$$

3 - المستقيم المقارب

$$\lim_{|x| \to +\infty} [f(x) - Y] = 0$$

و $Y = x - 2$ معادلة مستقيم مقارب مائل .

مستقيم مقارب موازي لـ (yy') :

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

4 - الوضع النسبي :

$$f(x) - Y = \frac{4x}{x^2 - 4} .$$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$4x$		−		−	0	+		+	
x^2-4		+	0	−		−	0	+	
$\frac{4x}{x^2-4}$		−	‖	+	0	−	‖	+	

5. نحسب أن : $f'(x) = \frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$

6. جدول التغيرات .

x	$-\infty$		$-2\sqrt{3}$		-2		0		2		$2\sqrt{3}$		$+\infty$
x^2		+		+		+	0	+		+		+	
x^2-12		+	0	−		−		−		−	0	+	
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2\sqrt{3})$	↘	$-\infty$	↘	$+\infty$	↘	$+\infty$	↘	$f(2\sqrt{3})$	↗	$+\infty$

7) برهان الوجود للمساواة :

معناه : $f'(x) = 1$

لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.

8) التحويلة التي تناظر :

$$f(-x) + f(x) = -4$$

ب) الرسم : (Δ) و (C_f)

10) المناقشة : $f(x) = x + m$

مناقشة مائل حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y = x + m$

$m = -2$ يوجد حل وحيد مضاعف .

$m \neq -2$ يوجد حلان متمايزان في الإشارة

مدرسة "الرجاء والتفوق الخاصة"
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

التمرين 01: (شعبة رياضيات)

السؤال 04:

ب- المسافة $d((\Delta_m), \Omega)$:

نتحقق أن:

$$d((\Delta_m); \Omega) = \frac{\sqrt{2}}{2}|m+2|$$

إستنتاج الوضع النسبي:

* إذا كان: $\frac{\sqrt{2}}{2}|m+2| = 2\sqrt{2}$

$|m+2| = 4$.

ومنه $m=2$ أو $m=-6$.

في هذه الحالة (Δ_m) مماس لـ (C)

* إذا كان $-6 < m < 2$

(Δ_m) يقطع (C) في نقطتين

في الحالة المتبقية $m \in]-\infty; -6[\cup]2; +\infty[$ (Δ_m) لا يقطع (C).

السؤال 05:

حتى يكون h تحاكي يكون

$$a^2 + 2a - 2 = 5a - 4$$

ومنه $a=1$ أو $a=2$.

$a=1$ مرفوض لأن $K=1$.

يسمح الإستحاب.

إذن: $K=6$.

ومركز التحاكي هو

$\Omega\left(-\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right)$

إحداثيات:

$A'(1;8)$ و $B'(13;-4)$

التمرين 02:

السؤال 02: ج.

حساب T_n:

$$T_n = (3U_0+4) \times (3U_1+4) \times \dots \times (3U_n+4).$$

$$T_n = 3U_0 \times \dots \times 3U_n$$

$$= 3^{n+1} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$= 5^{n+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

* التمرين الثالث:

السؤال 03:

$h(x) = f(x) - f(0) - x f'(0)$ أثبت أن

$h(x) = f(x) + 2$.

$$= \frac{x^3}{(x-2)(x+2)}$$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$h(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

* نستنتج أن (C_f) و (C_g) هي نقطة إختلاف لأن المماس يخترق المنحنى (C_g).

السؤال 11:

$$(2-m^2)x^2 - 4x - 4(2-m^2) = 0$$

نضع

$$-m^2 + x = f(x).$$

مناقشة بسيطة.

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

(II.

$u_n = f(n) = \frac{2}{n-2} - \frac{2}{n+3}$

حيث n عدد طبيعي أكبر من 3.

* نعتبر: $x > 3$

$g(x) = f(x) - \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x-3}$

$g'(x) = f'(x) + \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{2}{(x-3)^2}$

f متزايدة قطعا على $]2;+\infty[$

إذن $f'(x)$ موجبة.

ومنه $g'(x)$ موجبة

و g متزايدة قطعا على $]3;+\infty[$

إذن $u_n = g(n)$

(u_n) متتالية متزايدة.

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} f(n) - \frac{2}{n-2} - \frac{2}{n+3}$

$= +\infty$

الأرجح أن:

$u_n = n-2 + 2\left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right)$

$= n-2 + \frac{4n}{n^2-4} - \frac{2}{n-2} - \frac{2}{n+3}$

$= n-2 + \frac{4n-2n-4}{n^2-4} - \frac{2}{n+3}$

$= n-2 + 2\frac{(n-2)}{n^2-4} - \frac{2}{n+3}$

$= n-2 + 2\left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right)$

S_n: حساب

$S_n = u_4 + u_5 + \dots + u_n$

لدينا:

$u_4 = 2 + 2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right)$

$u_5 = 3 + 2\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right)$

$\vdots$

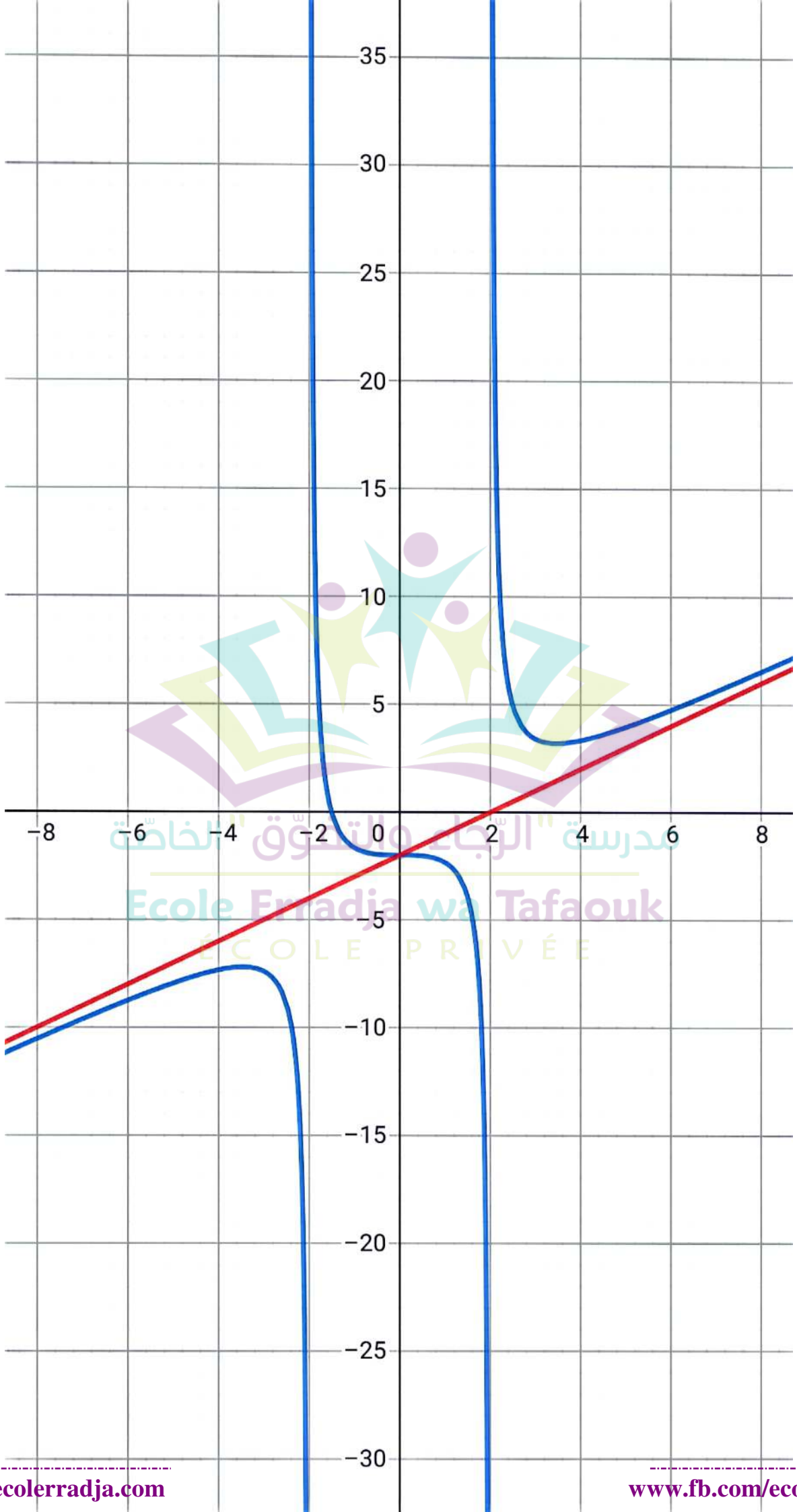
$u_{n-1} = n-3 + 2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$

$u_n = n-2 + 2\left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right)$

$S_n = (2+3+\dots+n-3+n-2) + 2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{n+3}\right)$

$= \frac{n(n-4)}{2} + 2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{n+3}\right)$.

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE



مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE