

التمرين الأول: (10 نقاط)

I / المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{j}\| = \|\vec{i}\| = 1cm$.
 لتكن النقط $A(-1; 2)$ ، $B(3; 0)$ ، $C(-3; -2)$ و $D(1; -4)$ ،
 ولتكن النقطة I منتصف القطعة: $[BC]$.

1/ أحسب إحداثي النقطة I ثم علم النقط A ، B ، C ، D و I .

2 / ا/ بين أن المثلث ABC قائم في A .

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

ج/ أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المماس للدائرة (γ) في النقطة A .

3 / لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي حيث: $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$.

ا/ أثبت أن (Γ) هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها R يُطلب تعيينه.

ب/ تحقق حسابيا أن $A \in (\Gamma)$ ، ثم حدد بدقة $d(D; (\Delta))$ المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

ج/ استنتج الوضعية النسبية لكل من المستقيم (Δ) و الدائرة (Γ) ، ثم أنشئ كلا منهما.

4 / ا/ أحسب $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$ ، ثم استنتج قيمة بالدرجات لقيس الزاوية $\widehat{DBC}$.

ب/ أحسب مساحة المثلث DBC .

5 / حدد طبيعة وعناصر (E) مجموعة النقط N من المستوي التي تحقق: $NB^2 + NC^2 = 22$.

II / 1 / تأكد أن: $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$.

2 / أحسب القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3 / علما أن: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ ، أحسب $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة بـ: $U_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n + 4}{U_n + 3}$.

1/ على الشكل المرفق المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث:

• (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 3}$ ، و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

• /مثّل -دون حساب- الحدود الأربع الأولى للمتتالية (U_n) على محور الفواصل (مينا خطوط الإنشاء).
• ب/ ضع تخميناً حول إتجاه تغير وسلوك المتتالية (U_n) .

2/ لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$.

• /بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ ، ثم أحسب حدها الأول.
• ب/ ماهو إتجاه تغير المتتالية (V_n) ؟ مع التعليل.

• ج/ أكتب V_n بدلالة n .

3/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n = 2 + \frac{4}{V_n - 1}$ ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

• ب/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج؟

4/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\frac{1}{U_n - 2} = \frac{1}{4}V_n - \frac{1}{4}$ ،

• ثم أحسب عندئذ بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$.

• ب/ أحسب بدلالة n المجموع: $T_n = 1 + 2 + \dots + n$.

• ثم أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$.

سؤال إضافي: (02 نقطة)

• حل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $1 + \frac{x+1}{x-1} + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = 0$.

• إرشاد: يمكنك وضع: $y = \frac{x+1}{x-1}$.

😊😊 عطلة سعيدة😊😊

المؤسسة: ثانوية راشد بن محمد ابن ابراهيم
التلميذ(ة): /
المادة: الرياضيات
أستاذ(ة) المادة: عميرة أيجي
اختبار الثلاثي: الثالث
القسم: رياضي
التاريخ: 24 / 05 / 2023
الرقم: /

الرقم: /	ورقة الإجابة	العلامة النهائية
$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 0-(-2) \end{pmatrix} = \vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ -2-2 \end{pmatrix} = \vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4(-2) + (-2)(-4) = -8 + 8 = 0$ $(AC) \perp (AB)$ <u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u> <u>1- كتابة معادلة الدائرة (C) المماسية لـ (AB) في A</u> <u>ABC: أي الدائرة (C) قطرها هو</u> <u>القطعة [BC].</u> <u>مركز الدائرة (C) هو منتصف القطعة [BC].</u> $\vec{BN} \cdot \vec{CN} = 0$ $\vec{BN} \begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix} \cdot \vec{CN} \begin{pmatrix} x+3 \\ y+2 \end{pmatrix} = 0$ $(C): (x-3)(x+3) + y(y+2) = 0$ <u>$(C): x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0$</u> <u>نصف قطر الدائرة (C) هو</u> $r = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$ <u>معادلة الدائرة (C) هي</u> <u>$(C): x^2 + (y+1)^2 = 10$</u>	<u>التمرين الأول: (10 نقاط)</u> <u>A(-1; 2) و B(3; 0) و C(-3; -2) و I منتصف [BC] و D(1; -4)</u> <u>1- حساب إحداثيات النقطة I</u> $x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$ $y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1$ <u>لذا فإن I(0; -1)</u> <u>2- إثبات أن المثلث ABC قائم في A</u> <u>طول AB: $AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$</u> <u>طول BC: $BC = \sqrt{(-6)^2 + (2)^2} = \sqrt{40} = BC$</u> <u>طول AC: $AC = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} = AC$</u> <u>نلاحظ أن: $AB^2 + AC^2 = 20 + 20 = 40 = BC^2$</u> <u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u>	20 20 العلامات الجزئية السؤال 1: السؤال 2: السؤال 3: السؤال 4: السؤال 5:

$d(D; A)$ المسافة بين نقطتين

$$d(D, A) = \frac{|1 - 3(-4) + 7|}{\sqrt{(1)^2 + (-3)^2}} = \frac{|120|}{\sqrt{10}}$$

05

$$= \frac{120\sqrt{10}}{10} = 12\sqrt{10} = d(D; A)$$

المسافة بين نقطتين

$AC \cap AE$ ، $AE \cap AD$ ، $AD \cap AC$

$$R = DA = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} = d(D; A)$$

A هي نقطة تقاطع المستقيمات (D) و (A)

05

1

$\vec{BD} \cdot \vec{BE}$ ، $\vec{BD} \cdot \vec{BE}$ ، $\vec{BD} \cdot \vec{BE}$

$$\vec{BD} \begin{pmatrix} 1-3 \\ -4-0 \end{pmatrix} = \vec{BD} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} -3-3 \\ -4-0 \end{pmatrix} = \vec{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

05

$$\vec{BD} \cdot \vec{BE} = (-2)(-4) + (-4)(-2) = 12 + 8$$

$$\vec{BD} \cdot \vec{BE} = 20$$

$\angle DBC$ الزاوية بين $\vec{BD}$ و $\vec{BC}$

$$\vec{BD} \cdot \vec{BC} = BD \cdot BC \cdot \cos(\angle DBC)$$

$$= 20$$

$BD = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$ ، $BC = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

المعادلة المستوية (A) هي

$\vec{IA}$ معادلة السطح

$A \in (A)$ ، $A \in (A)$ ، $A \in (A)$

$$\vec{IA} \begin{pmatrix} 0-(-1) \\ -1-(2) \end{pmatrix} = \vec{IA} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(A): $x - 3y + c = 0$ ، $c = 7$

$A(-1, 2) \in (A)$ ، $-1 - 3(2) + c = 0$

$$c = 7$$

(A): $x - 3y + 7 = 0$ ، 120

(F): $x^2 + y^2 + 8y - 2x - 23 = 0$ ، (3)

المعادلة (F) هي دائرة

(F): $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$ ، $\vec{BD}$

$(x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 - 23 = 0$ ، $\vec{BC}$

(F): $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 40$ ، $\vec{BD}$

$D(4, -4)$ هي نقطة تقاطع الدائرة (F) والخط (A)

$R = \sqrt{40}$ ، $\vec{BD}$

$A(-1, 2) \in (F)$ ، $\vec{BD}$

$(-1)^2 + (2)^2 - 2(-1) + 8(2) - 23$ ، $\vec{BC}$

$= 1 + 4 + 2 + 16 - 23$ ، $\vec{BD}$

$= 23 - 23 = 0$ ، $\vec{BC}$

$A \in (F)$ ، $\vec{BD}$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

OK

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

11b

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) &= \sin\left(2 \times \frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)\end{aligned}$$

OK

$$\begin{aligned}&= \frac{2}{16} (2-6) \\ &= -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}&= \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = - \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

المساحة المثلثية

$$\sqrt{40} \times \sqrt{20} \times \cos(\widehat{B\hat{C}}) = 20$$

$$\cos(\widehat{B\hat{C}}) = \frac{20}{\sqrt{20} \times \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\widehat{B\hat{C}} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$$

DBC مثلث قائم الزاوية C

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} \times DB \times BC \times \sin(\widehat{B\hat{C}})$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{40} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{1600}}{2} = \frac{40}{2} = 20 = S_{DBC}$$

OK

المثلث (E) قائم الزاوية A

$$NB^2 + NC^2 = 22$$

المثلث (BC) قائم الزاوية I

المثلث (N) قائم الزاوية J

$$NB^2 + NC^2 = 2NI^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 22$$

$$2NI^2 + \frac{40}{2} = 22$$

$$2NI^2 = 22 - 20$$

$$NI^2 = 1$$

$$NI = 1$$

I هو مركز دائرة (E) و r = 1

OK

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi + 3\pi}{4 \times 3} = \frac{7\pi}{12}$$

المثلث (E) قائم الزاوية A

OK

التمرين الثاني (10 نقاط)

$$(u_n) : \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

1- أ- تمثيل العدد في ربع أولي
لـ (u_n) على الشكل المرفق (1)

ب- التحيين:

نلاحظ أن: $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$
 وهذا يتقارب من بعضها البعض
 فتدعي أن (u_n) متزايدة ومتقاربة
 على $\mathbb{N}$

$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

2- تبين أن (v_n) متناهية

لـ (v_n) على شكل $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} - 2}$$

$$= \frac{\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} + 2}{\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} - 2}$$

ملاحظات الأستاذة :

إمضاء الولي :

$$= \frac{3u_n + 4 + 2u_n + 6}{u_n + 3}$$

$$= \frac{5u_n + 10}{u_n + 3}$$

$$= \frac{5u_n + 10}{u_n + 3} \times \frac{u_n + 3}{u_n - 2}$$

$$= \frac{5(u_n + 2)}{u_n - 2} = \boxed{5v_n = v_{n+1}}$$

3- أ- تبين أن (v_n) متناهية

لـ (v_n) على شكل $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$

$$v_0 = \frac{u_0 + 2}{u_0 - 2} = \frac{-1 + 2}{-1 - 2} = \boxed{-\frac{1}{3} = v_0}$$

ب- تبين أن (v_n) متناهية

لـ (v_n) على شكل $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$

لـ (v_n) على شكل $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$

$$v_0 = -\frac{1}{3} < 0$$

متناهية متزايدة على $\mathbb{N}$

4- تبين أن (v_n) متناهية

لـ (v_n) على شكل $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$

$$v_0 = -\frac{1}{3}$$

$$v_n = \left(-\frac{1}{3}\right) \times 5^n = \boxed{-\frac{5^n}{3} = v_n}$$

$$u_n(u_n - 1) = 2(u_n + 1) \quad \text{I do, I do}$$

$$u_n = 2 \times \left(\frac{2u_n + 1}{u_n - 1} \right) = 2 \times \left(\frac{2u_n - 1 + 2}{u_n - 1} \right)$$

$$= 2 \left(1 + \frac{2}{u_n - 1} \right)$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

: u_n o, h.c.

$$u_n = 2 + \frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1} \quad \text{I do, I do}$$

$$u_n = 2 - \frac{4}{\frac{5^n}{3} - 1} \quad \text{Q7}$$

$$u_n = 2 - \frac{12}{5^n - 3} //$$

I do, I do, I do

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} \right) = 2$$

: u_n o, h.c.

2 o, h.c. (u_n) 2 o, h.c.

Q7

: u_n o, h.c.

$$\frac{1}{u_n - 2} = \frac{1}{4} u_n - \frac{1}{4}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1} \quad \text{Q7}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{u_n - 1}$$

NGN o, h.c. I do, I do

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

Q7

I do, I do

$$2 + \frac{4}{u_n - 1} = \frac{2u_n - 2 + 4}{u_n - 1} = 2 \left(\frac{u_n + 1}{u_n - 1} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{\frac{u_n + 2}{u_n - 2} + 1}{\frac{u_n + 2}{u_n - 2} - 1} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{u_n + 2 + u_n - 2}{u_n - 2} \right) \times \left(\frac{u_n - 2}{u_n + 2 - u_n + 2} \right)$$

$$= 2 \times \frac{2u_n}{4} = u_n$$

$$u_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

$$= \frac{u_n - 2 + 4}{u_n - 2} = 1 + \frac{4}{u_n - 2}$$

$$\frac{4}{u_n - 2} = u_n - 1$$

$$\frac{u_n - 2}{4} = \frac{1}{u_n - 1}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

$$u_n(u_n - 2) = u_n + 2$$

$$u_n u_n - 2u_n = u_n + 2$$

$$u_n u_n - u_n = 2u_n + 2$$

o, h.c. o, h.c.

$$P_n = 2^0 \times 9^{1+2+\dots+n}$$

$$P_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{T_n}$$

$$P_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

انتهى الامر ان شاء الله

المسألة الثانية (نقطة 2)

بعض $y = \frac{x+1}{x-1}$ $x \neq 1$

$$1 + y + y^2 + y^3 = 0$$

فيكون $x \neq 1$ و $x \neq -1$

$$q = y$$

$$1 \times \left(\frac{1-y}{1-y}\right) = 0$$

$$1-y^4 = 0$$

$$[y \neq 1] \in 1-y \neq 0$$

$$1 \in 1-(y^2)^2 = 0$$

$$(1-y^2)(1+y^2) = 0$$

$$1+y^2=0 \text{ أو } 1-y^2=0$$

$$|y|=1 \text{ أو } y^2=1$$

$$(y \neq 1 \text{ أو } y = -1)$$

$$1 \in \frac{x+1}{x-1} = -1$$

$$2x=0 \text{ أو } x+1=-x+1$$

$$x=0$$

إمضاء الولي:

$$\frac{1}{y_n-2} = \frac{2n-1}{4}$$

$$(n) \dots \left[\frac{1}{y_n-2} = \frac{1}{4} \frac{2n-1}{n} \right]$$

لذا $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{y_n-2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4} \frac{2n-1}{n}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{y_n-2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{y_1-2} + \frac{1}{y_2-2} + \dots + \frac{1}{y_n-2} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{4} \frac{2 \cdot 1 - 1}{1} \right) + \left(\frac{1}{4} \frac{2 \cdot 2 - 1}{2} \right) + \dots + \left(\frac{1}{4} \frac{2n-1}{n} \right)$$

$$= \frac{1}{4} (2 \cdot 1 - 1 + 2 \cdot 2 - 1 + \dots + 2n - 1) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \left(\frac{2n}{2} \right) \times \left(\frac{5-1}{5-1} \right) - \frac{1}{4} (n+1)$$

$$S_n = -\frac{1}{48} (5^{n+1} - 1) - \frac{1}{4} (n+1)$$

T_n $\sum_{n=1}^{\infty} T_n$

$$T_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{(n+1)(n-1+1)}{2}$$

$$T_n = \frac{(n+1)n}{2}$$

فيكون $x \neq 1$ و $x \neq -1$

$$f=1$$

$$P_n = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

$$P_n = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

$$= 1 \times (2 \times 3) \times (4 \times 5) \times \dots \times (n \times (n-1))$$

$$= (2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n) \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1))$$

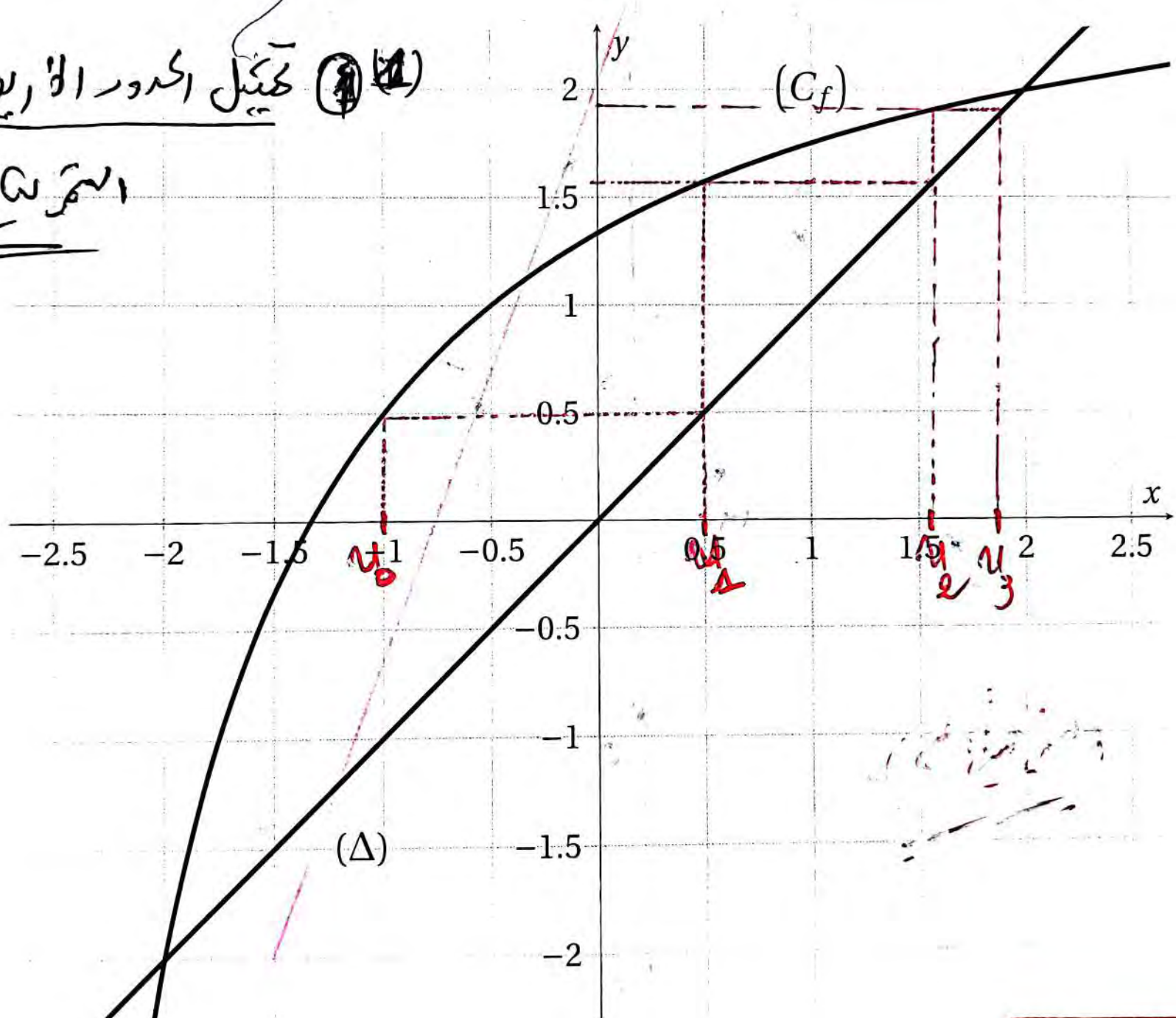
ملاحظات الأستاذ (ق):

هذا هو الجواب

الصفحة 1 من 1

(1) (1) تحليل الحدود الرابع الأولى من (4)

المترية الثاني



$$(\Delta): x - 3y + 7 = 0$$

جدول سلاطه

$$(\Delta):$$

x	-4	-1
y	1	2

الإحداثيات الخاصة بالنقطة
الأول

