

الموسم الدراسي: 1442-41 هـ / 2021-20 م



إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة علوم تجريبية

التاريخ : 2021/02/24

المدة : 02 ساعة

أستاذ المادة: مزروح يوسف

التمرين الأول: 06 نقاط



زهر النرد رباعي الوجود مرقم من 1 إلى 4 غير مزيف

نرميه مرتين متتابعين ونهتم بالرقمين الظاهرين في الوجه السفلي

1- ماهو عدد إمكانيات التجربة.

2- لتكن اللعبة التالية: عند رمي لاعب زهر النرد مرتين متتابعين

فإن ظهر له نفس الرقم في الرمييتين فإنه يخسر 10 نقاط

وإلا فإنه يربح القيمة المطلقة لفرق الرقمين. (نعتبر عن الخسارة بعدد سالب والربح بعدد موجب)

نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح والخسارة الممثل في اللعبة

(أ) ماهي القيم الممكنة للمتغير X

(ب) اعط قانون احتمال X

(ج) احسب الأمل الرياضي والانحراف المعياري للمتغير X

التمرين الثاني: 04 نقاط

ليكن ABC مثلثا حيث $AB=8cm$ و $BC=4cm$ و $AC=6cm$.

(1) أ- لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1); (B,4)\}$.

أنشئ النقطة I .

ب- لتكن J مرجح الجملة $\{(B,2); (C,-1)\}$.

أنشئ النقطة J .

(2) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة

$\{(A,1); (B,4); (C,-2)\}$

بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

(3) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = 5 \|\overrightarrow{2MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

(4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$$

التمرين الثالث: 10 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = ax^3 + 2x^2 - 5x + 1$ حيث $a \in \mathbb{R}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

الجزء الأول:

- 1- عين قيمة a حتى يكون 2 جذرا ل f
- 2- أدرس تبعا لقيم العدد الحقيقي a نهاية الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجزء الثاني:

في هذا الجزء نضع $a = 2$

- 1- أحسب صور الأعداد التالية بالدالة f : 3, 1
- 2- حل المعادلة : $f(x) = 0$ ثم حلل $f(x)$ إلى جداء عوامل أولية
- 3- أدرس تغيرات الدالة f ثم أعط جدول تغيراتها.
- 4- أكتب معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$

الجزء الثالث:

في هذا الجزء نضع $a = 1$

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $h(x) = \frac{f(x) - x^3}{x-1}$

- 1- أكتب $h(x)$ على الشكل: $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها
- 2- أحسب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفها وفسر النتيجة هندسيا.

-ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = 2x - 3$

- 3- بين أن (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

بالتوفيق

التمرين	التصحيح النموذجي	العلامة	مجزأة										
الأول	1- عدد إمكانيات التجربة هو : $4 \times 4 = 16$ 2- أ- القيم الممكنة للمتغير X هي: $X = \{-10, 1, 2, 3\}$ ب- قانون احتمال X : <table border="1"> <tr> <td>X_i</td><td>-10</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr> <td>$P(X_i)$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td></tr> </table> ت- الأمل الرياضي: $E(X) = -10 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{8}$ $E(X) = -\frac{31}{24} = -1.291$ ث- الانحراف المعياري: حساب التباين أولاً: $V(X) = (-10)^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{3}{8} + 2^2 \times \frac{1}{4} + 3^2 \times \frac{1}{8} - \left(\frac{31}{24}\right)^2$ $V(X) = \frac{14879}{576} = 25.831$ ومنه الانحراف المعياري هو : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 5.08$	X_i	-10	1	2	3	$P(X_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	05	01 01 01 01 01
X_i	-10	1	2	3									
$P(X_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$									
الثاني	1- أ- إنشاء النقطة I ب- إنشاء النقطة J 2- تبين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (AI) و (CJ) يكفي أن نثبت أن G تنتمي إلى كلا المستقيمين (AI) و (CJ)	05	01 01										

بما أن G مرجح الجملة $\{(A,1); (B,4); (C,-2)\}$ إذن:

$$\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

بإدخال النقطة I مرجح الجملة $\{(A,1); (B,4)\}$ نتحصل على: $5\overrightarrow{GI} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

أي أن: $5\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{GC}$ ومنه G تنتمي إلى المستقيم (CI)

بنفس الطريقة نجد: $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ ومنه G تنتمي إلى المستقيم (AJ)

وبالتالي G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ)

3- مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = 5 \|\overrightarrow{2MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

تكافئ: $5\overrightarrow{MI} = 5\overrightarrow{MJ}$ ومنه $MI = MJ$

أي أن مجموعة النقط M هي محور القطعة $[IJ]$

-الإنشاء-

4- مجموعة النقط M من المستوي حيث:

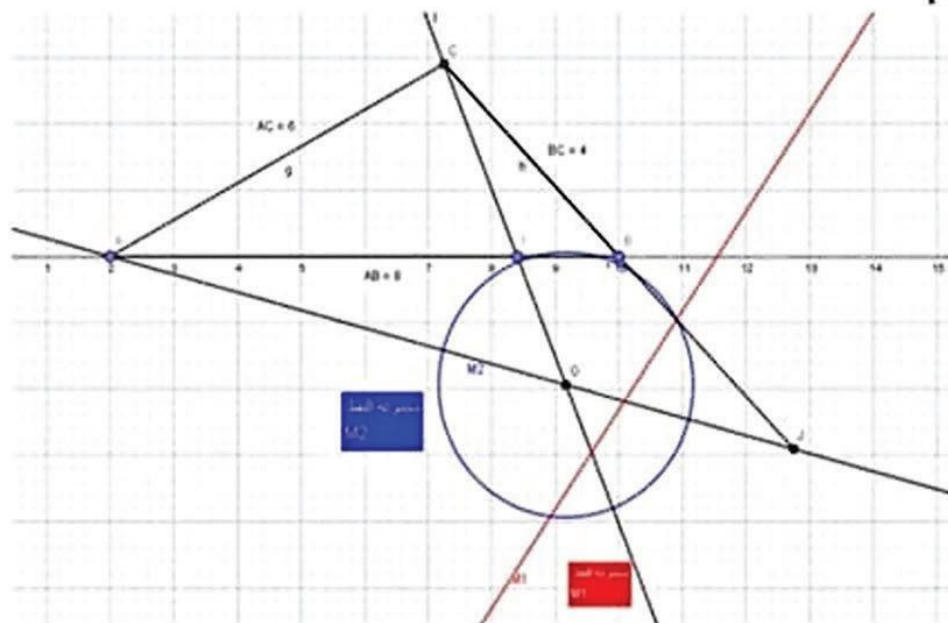
$$\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$$

تكافئ: $3\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{AC}$ أي $MG = \frac{1}{3}AC$

ومنه أن مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها

$$r = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ cm}$$

-الإنشاء-



1- قيمة a حتى يكون 2 جذرا لـ f

$$f(2) = 8a + 8 - 10 + 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{8}$$

a	$a \geq 0$	$a < 0$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

2- نهاية الدالة f تبعا لقيم العدد الحقيقي a :

الجزء الثاني:

$$f(1) = 0$$

1- حساب الصور:

$$f(3) = 58$$

2- حل المعادلة: $f(x) = 0$

بما أن $f(1) = 0$ فإن 1 جذر لـ f ومنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل

$$f(x) = (x-1)g(x) \text{ حيث } g(x) \text{ كثير حدود من الدرجة الثانية}$$

$$g(x) = 2x^2 + 4x - 1 \text{ -بالقسمة الإقليدية نجد أن:}$$

$$f(x) = (x-1)(2x^2 + 4x - 1) \text{ ومنه:}$$

$$(x-1)(2x^2 + 4x - 1) = 0 \text{ وبالتالي: } f(x) = 0 \text{ تكافئ:}$$

بعد حساب المميز Δ نجد الحلول هي:

$$S = \left\{ \frac{-2 - \sqrt{6}}{2}, \frac{-2 + \sqrt{6}}{2}, 1 \right\}$$

$$\text{-تحليل } f(x) : f(x) = 2(x-1)\left(x + \frac{2 - \sqrt{6}}{2}\right)\left(x + \frac{2 + \sqrt{6}}{2}\right)$$

3- دراسة تغيرات الدالة f :

حساب المشتقة:

الدالة f كثير حدود وبالتالي تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = 6x^2 - 4x - 5$$

حل المعادلة: $f'(x) = 0$ نجد $\Delta = 136$ ومنه للمعادلة حلان

x	$-\infty$	$\frac{2 - \sqrt{34}}{6}$	$\frac{2 + \sqrt{34}}{6}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$		$\nearrow f\left(\frac{2 - \sqrt{34}}{6}\right)$	$\searrow f\left(\frac{2 + \sqrt{34}}{6}\right)$	$\nearrow +\infty$

جدول التغيرات:

0.5	4- معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$:
0.5	بعد الحساب والتبسيط نجد: $y = f'(\frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$
	$y = -\frac{11}{2}x + 1$
	الجزء الثالث:
	1- كتابة h على الشكل: $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية
	لدينا:
0.25	$h(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x-1}$
	$h(x) = \frac{(x-1)(2x-3) - 2}{x-1}$
0.75	$h(x) = 2x - 3 - \frac{2}{x-1}$
	ومنهم: $(a, b, c) = (2, -3, -2)$
	2- حساب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفها وتفسير النتيجة هندسيا
0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$
0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$
0.25	$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$
0.25	$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$
0.25	التفسير: وجود مستقيم مقارب ل (C_h) بوازي محور الترتيب معادلته $x = 1$
	3- تبين أن (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$
	لدينا:
0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$
0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$
0.25	ومنهم (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$