

التاريخ: 2019/03/05

المدة: 02 س

المادة: الرياضيات

المستوى: الثانية ثانوي

اختبار الفصل الثاني

تمارين 01: (05,5 ن)

(1) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 3), (B; 3), (C; -2), (D; -2)\}$.

أ. نسي I منتصف $[AB]$, بين أن I مرجح الجملة $\{(A; 3), (B; 3)\}$.

ب. نسي J منتصف $[CD]$, بين أن J مرجح الجملة $\{(C; -2), (D; -2)\}$.

ت. استنتج أن G مرجح النقطتين I و J .

(2) نسي K مرجح $\{(A; 3), (B; 3), (C; -2)\}$. بين أن المستقيمين (KD) و (IJ) متقاطعان في النقطة G .

(3) بين أن الجملة $\{(A; 1), (B; -2), (C; 1)\}$ لا تقبل مرجح. ثم استنتج أن الشعاع: $\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}$ يمكن أن يكتب على الشكل $\vec{V} = 2\vec{CI}$.

أ. عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{V}\|$.

ب. عيّن Δ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$.

تمارين 02: (04,5 ن) "الجزءان الأول والثاني مستقلان عن بعضهما"

الجزء الأول: 1. هل العددان الحقيقيان $\frac{533\pi}{5}$ و $\frac{-117\pi}{5}$ يمثلان قيسا رئيسيا لنفس الزاوية؟

2. بسط ما يلي: أ. $A(x) = \cos(3\pi + x) + \sin(11\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)$.

ب. $B(x) = \cos\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) - \cos\left(\frac{6\pi}{7} - x\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{7} - x\right)$.

الجزء الثاني: نعتبر المعادلة $(E_1): 2 \cos(4x) - 1 = 0$.

(1) أوجد حلول هذه المعادلة على المجال $]-\pi; \pi]$.

(2) من أجل كل عدد حقيقي x برهن المساواة التالية: $\cos(4x) = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$.

تعطي: $\cos 2\alpha = 2(\cos \alpha)^2 - 1$.

أ. نعتبر المعادلة $(E_2): 16 \cos^4 x - 16 \cos^2 x + 1 = 0$.

ب. استنتج أن للمعادلتين (E_1) و (E_2) نفس الحلول.

I. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 4$.

أ. أحسب $g(-1)$ ثم استنتج تحليلاً لـ $g(x)$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) أحسب مشتقة الدالة f ثم يبين أنه من أجل كل x من D_f لدينا: $f'(x) = \frac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$.

(3) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$.

(5) يبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 1$.

(6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

(7) أرسم كل من (Δ) و المنحنى (C_f) .

(8) ناقش بياناً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^3 + (1-m)x^2 - 1 - m = 0$.

(9) نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(-x)$.

أ. يبين كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقاً من منحنى (C_f) .

ب. أرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة

وفقكم الله
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\| \quad (I)$$

$$4Mk = 2CI \Rightarrow Mk = \frac{CI}{2}$$

(8) هي دائرة مركزها k و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|M\vec{A} + M\vec{B}\|$$

$$2M\vec{A} = 2M\vec{I} \quad (0,25)$$

$\{(A,1), (B,1)\}$ مرجع I (0,5)

$$M\vec{A} = M\vec{I}$$

(9) هي محور القطعة $[AI]$

تقريرا 2

$$-\frac{117\pi}{5} = -(23\pi + \frac{2\pi}{5}) = -(\pi + \frac{2\pi}{5})$$

$$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0,25)$$

$$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0,25)$$

نعر بمتلاان نفس القيس

$$A(n) = \cos(3\pi + n) + \sin(11\pi + n) - \cos(\pi - n)$$

$$- \sin(\pi - n)$$

$$A(n) = -\cos n - \sin n + \cos n - \sin n$$

$$= -2 \sin n \quad (0,4)$$

$$B(n) = \cos(\pi + \frac{\pi}{7} + n) + \sin(\pi + \frac{\pi}{7} + n)$$

$$- \cos(\pi - \frac{\pi}{7} - n) + \sin(-(\frac{\pi}{7} + n))$$

$$\alpha = \frac{\pi}{7} + n$$

$$B(n) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$$

$$+ \sin(-\alpha)$$

$$= -\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$= 0 \quad (0,25)$$

تقريرا 1

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{ (A,1), (B,1) \}$$

وسه I مرجع $\{(A,3), (B,3)\}$ (0,25)

$$\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow J \{ (C,1), (D,1) \}$$

وسه J مرجع $\{(C,-2), (D,-2)\}$ (0,25)

$$\underbrace{(A,3) \quad (B,3)}_{(I,6)} \quad \underbrace{(C,-2) \quad (D,-2)}_{(J,-4)}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(G,2)} \quad (0,2)$$

حسب اخاصية التجميعية G مرجع $\{(I,3), (J,-2)\}$

$$\{(A,3), (B,3), (C,-2), (D,-2)\}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(K,4)} \quad (0,2)$$

$$(G,2)$$

حسب اخاصية التجميعية G مرجع

$$\{(K,4), (J,-2)\}$$

$$G \in (IJ) \Rightarrow \{(I,3), (J,-2)\}$$

$$G \in (KD) \Rightarrow \{(K,4), (D,-2)\}$$

وسه المستقيان (KD) و (IJ) متقاطعا في النقطة G .

$$1 - 2 + 1 = 0 \quad (3)$$

الجملة $\{(A,1), (B,-4), (C,1)\}$ لا تقبل مرجع

$$\vec{V} = M\vec{A} + M\vec{B} - 2M\vec{C} = \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$$

(9,5)

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\| \quad (I)$$

$$4Mk = 2CI \Rightarrow Mk = \frac{CI}{2}$$

(8) هي دائرة مركزها k و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|M\vec{A} + M\vec{B}\| \quad (II)$$

$$2MA = 2MI$$

$\{(A,1), (B,1)\}$ مرجع I

$$MA = MI$$

(9) هي محور القطعة $[GI]$

تقريرا 2

$$-\frac{117\pi}{5} = -(23\pi + \frac{2\pi}{5}) = -(\pi + \frac{2\pi}{5})$$

$$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0,2\pi)$$

$$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0,2\pi)$$

$$A(n) = \cos(3\pi + n) + \sin(11\pi + n) - \cos(\pi - n)$$

$$- \sin(\pi - n)$$

$$A(n) = -\cos n - \sin n + \cos n - \sin n$$

$$= -2 \sin n \quad (0,4\pi)$$

$$B(n) = \cos(\pi + \frac{\pi}{7} + n) + \sin(\pi + \frac{\pi}{7} + n)$$

$$- \cos(\pi - \frac{\pi}{7} - n) + \sin(-(\frac{\pi}{7} + n))$$

$$\alpha = \frac{\pi}{7} + n$$

$$B(n) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$$

$$+ \sin(-\alpha)$$

$$= -\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$= 0 \quad (0,2\pi)$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{ (A,1), (B,1) \}$$

$$\{ (A,3), (B,3) \}$$

$$\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow I \{ (C,1), (D,1) \}$$

$$\{ (C,-2), (D,-2) \}$$

$$\underbrace{(A,3) (B,3)}_{(I,6)} \quad \underbrace{(C,-2) (D,-2)}_{(J,-4)}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(G,2)}$$

حسب الخاصية التجميعية G مرجع

$$\{ (I,3), (J,-2) \}$$

$$\{ (A,3), (B,3), (C,-2), (D,-2) \}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(K,4)}$$

$$(G,2)$$

حسب الخاصية التجميعية G مرجع

$$\{ (K,4), (J,-2) \}$$

$$G \in (IJ) \Rightarrow \{ (I,3), (J,-2) \}$$

$$G \in (KD) \Rightarrow \{ (K,4), (D,-2) \}$$

وسمى المستقيمان (KD) و (IJ) مستقيمان يمران في النقطة G .

$$1 - 2 + 1 = 0 \quad (3)$$

الجملة $\{ (A,1), (B,-4), (C,1) \}$ لا تقبل مرجع

$$\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$$

$g(n) = (n+1)(n^2 - n + 4)$ (0.1) $g(-1) = 0$ (0.2)

$n^2 - n + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0$ (0.2)

n	$-\infty$	-1	$+\infty$
g(n)	-	0	+

$f(n) = \frac{n^3 + n^2 - 1}{n^2 + 1}$

$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{n^3}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} n = \pm \infty$ (0.1 x 2)

$f'(n) = \frac{n g(n)}{(n^2 + 1)^2} = \frac{n(n+1)(n^2 - n + 4)}{(n^2 + 1)^2}$ (0.7) (2)

من أجل $n \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ (0.2)

$n \in]-1, 0[$ (0.2)

n	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
f'(n)	+	0	-	+
f(n)	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	-1	$+\infty$

$a=1, b=1, c=-1, d=-2$ (4)

$f(n) = n + 1 + \frac{-n - 2}{n^2 + 1}$ (1)

$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} [f(n) - (n+1)] = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{-n}{n^2} = 0$ (5)

م.م. ل.ج. $y = n+1$ (0.2)

n	$-\infty$	-2	$+\infty$
f(n) - y	+	0	-
الو.ف. (Δ)	فوق (Δ)	تحت (Δ)	فوق (Δ)

$n^3 + (1-m)n^2 - 1 - m = 0$ (8)

$n^3 + n^2 - 1 = mn^2 + m$
 $= m(n^2 + 1) \Rightarrow m = \frac{n^3 + n^2 - 1}{n^2 + 1}$ (0.2)

$2 \cos(4n) = 1$ (E1)

$\cos(4n) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(4n) = \cos \frac{\pi}{3}$

$\begin{cases} 4n = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 4n = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \\ n = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \end{cases}$ (0.1)

$n = -\frac{\pi}{12}, n = \frac{\pi}{12}$ (0.1) $k=0$

$n = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}, n = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$ (0.1) $k=1$

$n = \frac{5\pi}{12}$

$n = -\frac{\pi}{12} + \pi, n = \frac{\pi}{12} + \pi$ (0.1) $k=2$

$n = \frac{11\pi}{12}$

$n = -\frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2}, n = \frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2}$ (0.1) $k=3$

$n = \frac{19\pi}{12}$

$\cos(4n) = \cos(2(2n))$

$\cos(4n) = \cos(2\alpha) \quad \alpha = 2n$ (E2)

$\cos 2\alpha = 2(\cos \alpha)^2 - 1$

$= 2[\cos 2n]^2 - 1$ (0.1)

$= 2[2(\cos n)^2 - 1]^2 - 1$

$= 2[4\cos^4 n - 4\cos^2 n + 1] - 1$ (6)

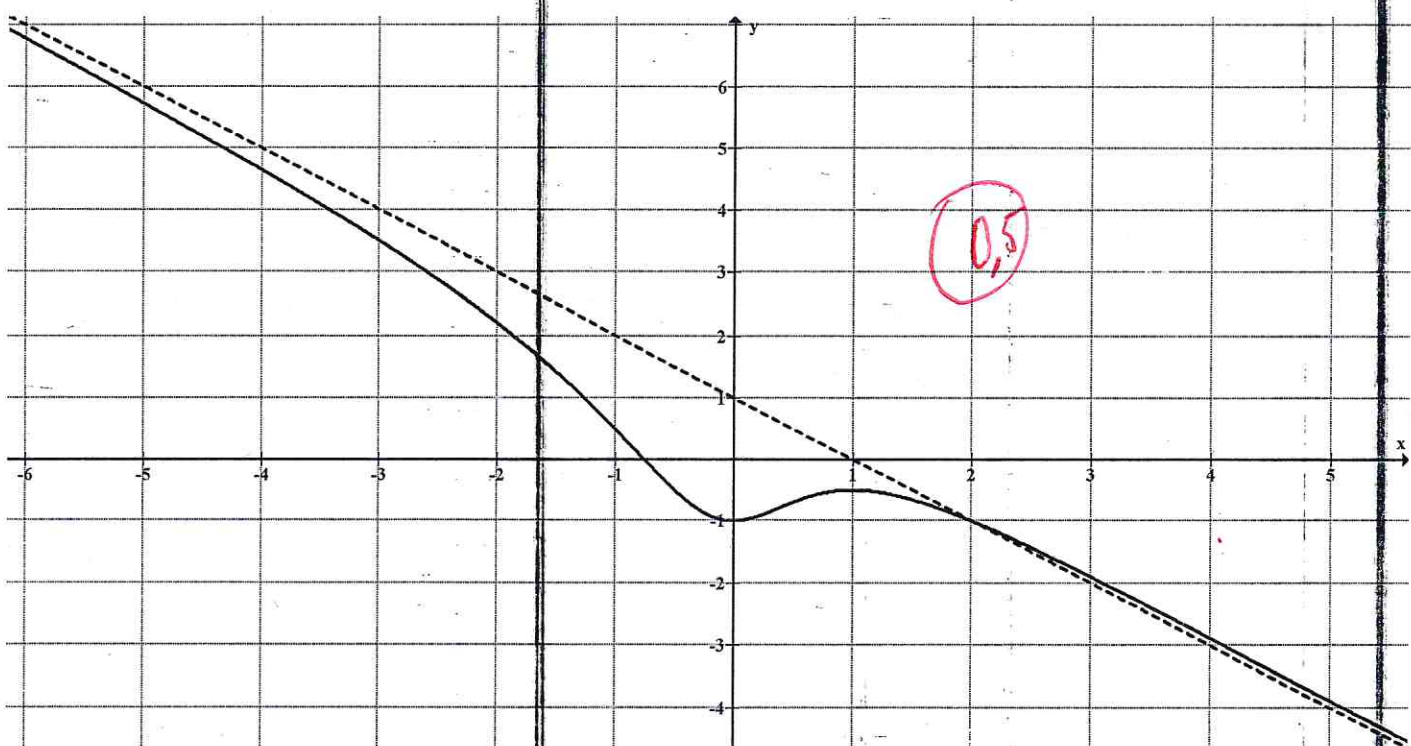
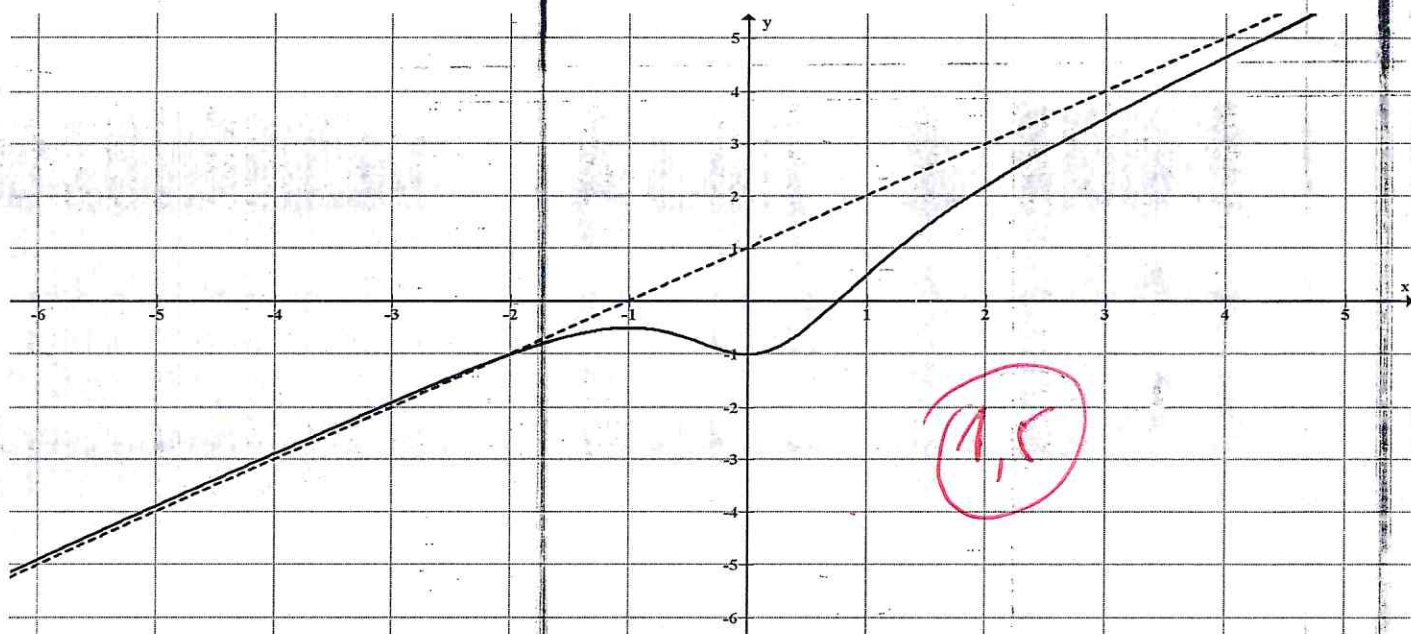
$= 8\cos^4 n - 8\cos^2 n + 1$

المعادلة: $2 \cos 4n - 1 = 0$ (E1)

$2(8\cos^4 n - 8\cos^2 n + 1) - 1 = 0$

$16\cos^4 n - 16\cos^2 n + 1 = 0$ (E2)

الحلول (0.1)



$(0, 2]$ يوجد حل واحد $m \in]-\infty, -1[\cup]-\frac{1}{2}, +\infty[$

$(0, 2]$ يوجد حلين $m = -1, m = -\frac{1}{2}$

$(0, 2]$ يوجد 3 حلول $m \in]-1, -\frac{1}{2}[$

$(0, 2]$ هو نقيض (g) بالنسبة لمحور التناقص.