



نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+1}$.

(1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; 1]$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني و (d) المستقيم الذي معادلته $y = x$ في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الوثيقة المرافقة)
أ/ مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود $u_0; u_1; u_2; u_3$ مبرزا خطوط الرسم.

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n-1}{u_n}$

أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حددها الأول v_0

ب/ أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج/ أحسب $\lim v_n$ ثم استنتج $\lim u_n$

(3) أحسب بدلالة n كل من S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

و $S'_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_{n-1}}$ (لاحظ أن: $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$)

(4) أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{n-1}$

رياضي يرمي بسهم ليصيب هدفا عبارة عن قرص مركزه 0 و نصف قطره 30 cm ، نشكل على هذا القرص ثلاث دوائر

مراكزها 0 و أنصاف أقطارها على الترتيب 10 cm ، 20 cm ، 30 cm .

تحدّد ثلاث مناطق ملونة على الترتيب من المركز بالأحمر ، الأبيض و الأخضر . نفرض السهم يصيب الهدف عند كل رمية و أن

احتمال إصابة كل منطقة يتناسب طرذا مع مساحتها .

عند إصابة المنطقة الحمراء نسجل 30 نقطة .

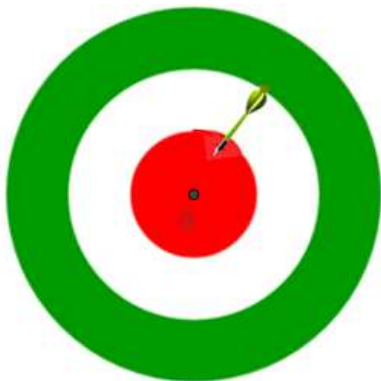
عند إصابة المنطقة البيضاء نسجل 20 نقطة .

عند إصابة المنطقة الخضراء نسجل 10 نقاط .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد النقاط المسجلة .

(1) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(2) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و التباين $V(X)$.



التمرين الثالث:

التوقيت (30 دقيقة)

06
نقاط

1/ الدائرة المثلثية التي مركزها O المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I النقطة التي احداثياتها $(1, 0)$ و A نقطة من (C) حيث:

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ مع } k \in \mathbb{Z}$$

و B منتصف القطعة $[AI]$. (أنظر الشكل المقابل)

أ- عين الاحداثيات الديكارتية للنقطتين A و B

$$OB = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} \text{ ب- بين أن:}$$

ج- عين القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$ ثم

استنتج باستعمال المثلث OBI القيمة المضبوطة لـ $\cos \frac{\pi}{12}$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} \text{ 2/ نفرض الان أن:}$$

أ- أحسب القيمتين المضبوطتين لكل من $\sin \frac{7\pi}{12}$ و $\cos \frac{11\pi}{12}$ (لاحظ أن $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$)

ب- حل في المجال $[0, 2\pi[$ المعادلة ذات المجهول x : $\sqrt{3} - 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

التمرين الرابع:

التوقيت (15 دقيقة)

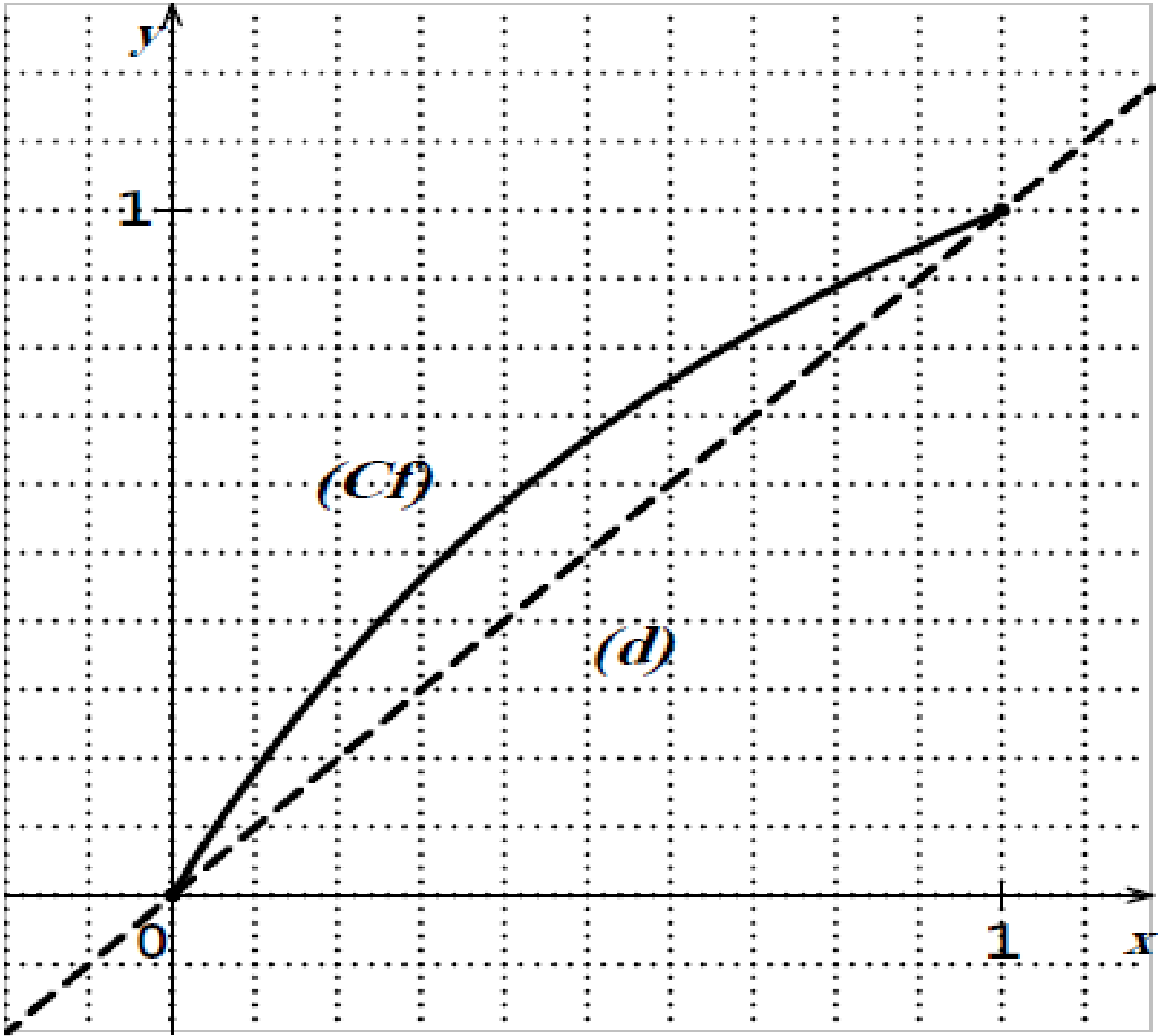
أحسب المجموع:

$$S = (2^2 - 1) + (3^2 - 2^2) + (4^2 - 3^2) + \dots + (2018^2 - 2017^2)$$

(إرشاد: بإمكانك استعمال المتطابقة الشهيرة $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$)

02.5
نقاط

الإسم و اللقب: القسم : 2 رياضيات



*** انتهى ***

الأستاذ: تونسي ن يمني لكم التوفيق والنجاح