

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

في كل مايلي أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير .

(1) إذا كان $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$ فإن $(-2\vec{v}, \vec{u}) = \frac{2\pi}{3}$.

(2) الإحداثيات القطبية للنقطة $A(-2; 2)$ هي $(2\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$.

(3) من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + \cos 2x + \cos x = \cos x(2\cos x + 1)$.

(4) من أجل كل عدد حقيقي x : $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin x = 0$.

(5) المعادلة $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ تقبل في المجال $[0; \pi]$ حلا وحيدا هو $\frac{\pi}{3}$.

التمرين الثاني : (07 نقاط)

في الشكل المقابل ABC مثلث و I منتصف $[BC]$ علما أن $(\vec{IA}, \vec{IB}) = \frac{\pi}{3}$ ، $AI = 3$ و $BC = 4$.

(1) أ / بين أن $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AI^2 - IB^2$ ثم استنتج قيمة $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

ب / بين أن $AB^2 + AC^2 = 26$.

(2) أ / بين أن $AB^2 - AC^2 = -4\vec{IB} \cdot \vec{IA}$.

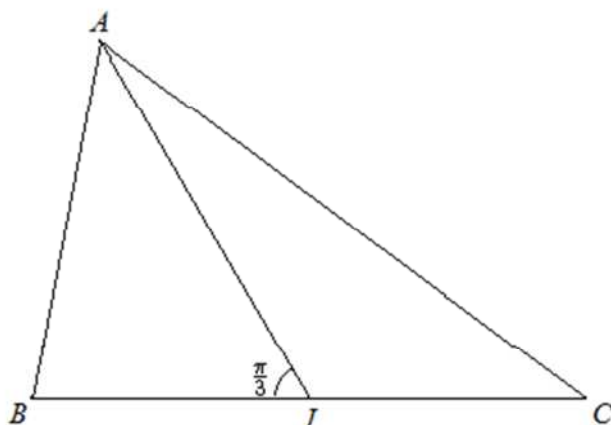
ب / استنتج أن $AB^2 - AC^2 = -12$.

(3) أ / بين أن $AB = \sqrt{7}$ و $AC = \sqrt{19}$.

ب / استنتج أن $\cos \widehat{BAC} = \frac{5}{\sqrt{133}}$.

(4) لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (AC) .

* بين أن $AH = \frac{5}{\sqrt{19}}$.



التمرين الثالث : (07 نقاط)

لتكن (U_n) و (V_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}^*$ كمايلي :
$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = 2U_n + \frac{n+2}{n(n+1)} \end{cases}$$
 ، $V_n = U_n + \frac{1}{n}$.

(1) أحسب U_2 ، U_3 ، V_1 ، V_2 و V_3 .

(2) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

(3) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

(4) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج ؟

(5) أدرس اتجاه تغير (U_n) .

(6) أ / أحسب المجموع $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

ب / عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 1022$.

