

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (4 ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر (C) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي التي تحقق الجملة: $\theta \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 2 + 3 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$

(1) أوجد علاقة بين x و y مستقلة عن θ ثم تحقق أن $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمجموعة (C).

(2) أ- بين إن المستقيم (Δ) المعروف بالمعادلة $y = x + 1$ يقطع (C) في نقطتين نرسم لهما بـ A و B.

ب - أوجد إحداثيي كل من A و B.

(3) عين ومثل المجموعة (D) للنقط M من المستوي حيث: $MA^2 - MB^2 = 0$.

التمرين الثاني (4 ن):

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

(2) باعتبار $x = \frac{\pi}{8}$ في السؤال السابق استنتج أن: $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$

(3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) التالية: $\sin x - (\sqrt{2} - 1) \cos x = 1$ (E)

(أ) تحقق من أن: $\cos \frac{\pi}{8} = \sin \frac{3\pi}{8}$.

(ب) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $\sin \left(x - \frac{\pi}{8} \right) = \sin \frac{3\pi}{8}$.

(ت) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E).

التمرين الثالث (4 ن):

$ABCD$ متوازي أضلاع m عدد حقيقي. نرسم بـ G_m مرجح $(A, 2m)$ ، $(B, 1-m)$ و $(C, 2-m)$

(1) بين أن G_m موجود من أجل كل عدد حقيقي m .

(2) أنشئ النقطة G_1

(3) عبر عن $\overline{AG_m}$ بدلالة m و $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$.

(4) استنتج أن $\overline{G_1 G_m} = \frac{1-m}{3} \overline{AD}$ (نظير D بالنقطة C)

(5) ما هي مجموعة النقط G_m عندما يسمح m مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ؟ أنشئ هذه المجموعة

التمرين الرابع (8ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$ حيث $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; I, J)$.

- (1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور الترتيب.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أكتب معادلة للمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (4) بين أنه من أجل كل x من D_f :

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$$

- (5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .
- (6) اثبت ان المنحني (C_f) يقبل النقطة $A(0, 1)$ مركز تناظر

انتهى